

## ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЗАГОТОВКИ ПРИ РІЗАННІ З ОДНОЧАСНИМ АЛМАЗНИМ ВИГЛАДЖУВАННЯМ

*Пропонується спосіб досліджень вимушених коливань циліндричної заготовки під час суміщеної обробки процесом різання і алмазним вигладжуванням. На заготовку діють зусилля, що створюються різцем і алмазним вигладжувачем, які прикладені в центрі ваги заготовки. Показана залежність розмірів оброблювальних заготовок від критичних частот при під час суміщеної обробки.*

**Ключові слова:** вимушені коливання, суміщена обробка, критична кутова швидкість, момент інерції.

Ринкова економіка потребує розв'язання багатьох задач, до яких належать:

- висока конкурентоспроможність;
- збільшення надійності з мінімальною собівартістю;
- збільшення ресурсу машин чи механізмів.

Збільшення надійності можливе за рахунок упродовження суміщеної обробки деталей або поверхонь з метою підвищення продуктивності і збільшення якості обробки (зменшення шорсткості, збільшення поверхневої міцності, усунення концентраторів напруги, збільшення стабільності обробки та ін.).

Розв'язання цих проблем вимагає глибоких знань експлуатаційних особливостей механізмів або машин, всебічних досліджень можливостей під час застосування тих чи інших методів обробки, наприклад, суміщена обробка процесу різання й алмазного вигладжування, вивчення впливу параметрів динаміки системи на процес обробки.

### Аналіз попередніх досліджень

Істотний вплив на коливання під час обробно-зміцнювальної обробки поверхнево-пластичним деформуванням (ОЗО ППД), наприклад, при алмазному вигладжуванні, чинить жорсткість вузлів верстату. Найбільший вплив на коливання при вигладжуванні створює жорсткість технологічної системи ВППЗ, менший – режими вигладжування. Якщо при вигладжуванні незагартованих сталей і кольорових сплавів основною причиною коливань може бути сам процес вигладжування, то при вигладжуванні загартованих сталей основною причиною є вимушені коливання технологічної системи ВППЗ [1].

Обов'язковою умовою одержання високої точності і низької шорсткості обробленої поверхні є стійкість руху при різанні. Для цього технологічна система ВППЗ повинна бути вібростійкою і не допускати суттєвих коливань. Практика показала, що за різних умов об-

робки можуть виникати коливання деталі, верстата та інструменту різної частоти. Найчастіше деталь має низькочастотні коливання, а інструмент – високочастотні. При цьому вони виникають одночасно або незалежно.

При вигладжуванні може з'явитися поздовжня і поперечна хвилястість через коливання технологічної системи ВППЗ. При великих швидкостях обробки виникають інтенсивні вібрації, які призводять до різкого погіршення оброблюваної поверхні. При вигладжуванні спостерігаються вимушені коливання і автоколивання. Вимушені коливання виникають через биття шпинделя верстата, биття оброблюваної деталі, хвилястість і наявність слідів вібрації. Автоколивання при вигладжуванні зумовлені явищами, які властиві саме процесу вигладжування [2, 3].

Раніше [4] була побудована математична модель вільних коливань заготовки циліндрової форми як твердого тіла з чотирма мірами свободи. На основі цих рівнянь дійшли висновку, що частота вільних коливань деталі (заготовки) під час обертання залежить від її кутової швидкості.

Тому метою даної роботи є дослідження вимушених коливань заготовки циліндричної форми як твердого тіла з чотирма ступенями вільності задля порівняння їх із власними частотними характеристиками заготовки.

Дослідимо вимушені коливання заготовки як твердого тіла з чотирма ступенями вільності під дією зовнішніх сил постійного напрямку  $P_1 \cos \omega t$ , що зберігає паралельний вісі  $A_1y$  напрямком, і сили  $P_1 \cos \omega t$ , яка перпендикулярна вісі  $A_1z$ . Ці сили прикладені в точці  $C$  і на відстані  $l_1$  до опори  $A_1$  і на відстані  $l_2$  до опори  $B_1$ , перпендикулярно до неї з частотою, яка дорівнює кутовій швидкості заготовки  $\omega$ . Передбачається, що така сила  $P_1 \cos \omega t$  створюється різцем, а сила  $P_2 \sin \omega t$  – алмазним вигладжувачем (рис. 1).

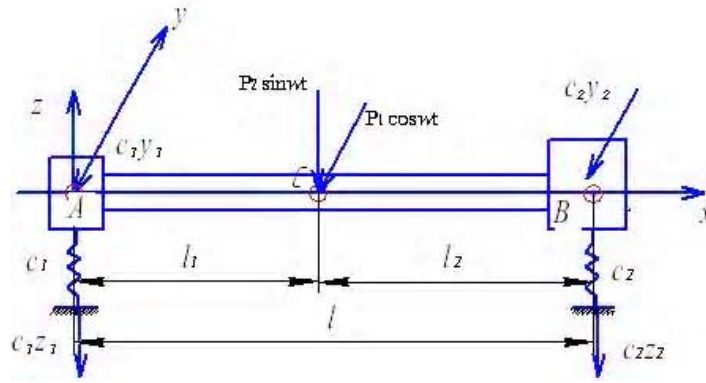


Рис. 1. Розрахункова схема дослідження вимушених коливань під час суміщеної обробки

Диференційні рівняння вимушених коливань складено аналогічно рівнянням вільних коливань [1], приймаючи до уваги зовнішні сили  $P_1 \cos \omega t$  і  $P_2 \sin \omega t$ . Таким чином одержимо систему:

$$\begin{aligned} M(l_1 \ddot{y}_2 + l_2 \ddot{y}_1) + c_1 l y_1 + c_2 l y_2 &= P_1 \cos \omega t; \\ M(l_1 \ddot{z}_2 + l_2 \ddot{z}_1) + c_1 l z_1 + c_2 l z_2 &= P_2 \sin \omega t; \\ A\omega(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - B(\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) + c_1 l_1 z_1 - c_2 l_2 z_2 &= 0; \\ A\omega(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + B(\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) - c_1 l_1 y_1 + c_2 l_2 y_2 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Загальне розв'язання системи (1) будемо знаходити у вигляді:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 \cos \omega t; \quad z_1 = a_2 \sin \omega t; \\ y_2 &= a_3 \cos \omega t; \quad z_2 = a_4 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (2)$$

Якщо внести (2) в систему (1), то одержимо систему алгебраїчних рівнянь із невідомими  $a_1, a_2, a_3, a_4$ :

$$\begin{aligned} (c_1 l - M l_2 \omega^2) a_1 + (c_2 l - M l_1 \omega^2) a_3 &= P_1 l; \\ (c_1 l - M l_2 \omega^2) a_2 + (c_2 l - M l_1 \omega^2) a_4 &= P_2 l; \\ A \omega^2 a_1 + (c_1 l_1 - B \omega^2) a_2 - A \omega^2 a_3 - (c_2 l_2 - B \omega^2) a_4 &= 0; \\ (c_1 l_1 - B \omega^2) a_4 + A \omega^2 a_2 - (c_2 l_2 - B \omega^2) a_3 - A \omega a_4 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Шляхом додавання та віднімання перших двох і останніх двох рівнянь, одержимо дві підсистеми із невідомими  $(a_1 + a_2), (a_3 + a_4), (a_1 - a_2), (a_3 - a_4)$ :

$$\begin{aligned} (c_1 l - M l_2 \omega^2)(a_1 + a_2) + (c_2 l - M l_1 \omega^2)(a_3 + a_4) &= (P_1 + P_2) l; \\ ((B - A) \omega^2 - c_1 l_1)(a_1 + a_2) - ((B - A) \omega^2 - c_2 l_2)(a_3 + a_4) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (c_1 l - M l_2 \omega^2)(a_1 - a_2) + (c_2 l - M l_1 \omega^2)(a_3 - a_4) &= (P_1 - P_2) l; \\ ((B + A) \omega^2 - c_1 l_1)(a_1 - a_2) - ((B + A) \omega^2 - c_2 l_2)(a_3 - a_4) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Розв'язання цих систем, наприклад, за формулами Крамера, одержимо:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= \frac{(P_1 + P_2) l ((B - A) \omega^2 - c_2 l_2 l)}{f_1(\omega)}; \\ a_3 + a_4 &= \frac{-(P_1 + P_2) l ((B - A) \omega^2 - c_1 l_1 l)}{f_1(\omega)}; \\ a_1 - a_2 &= \frac{(P_1 - P_2) l ((B + A) \omega^2 - c_2 l_2 l)}{f_2(\omega)}; \\ a_3 - a_4 &= \frac{(P_1 - P_2) l ((B + A) \omega^2 - c_1 l_1 l)}{f_2(\omega)}. \end{aligned} \quad (6)$$

звідки

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(P_1 + P_2) l ((B - A) \omega^2 - c_2 l_2 l)}{2 f_1(\omega)} + \frac{(P_1 - P_2) l ((B + A) \omega^2 - c_2 l_2 l)}{2 f_2(\omega)}; \\ a_2 &= \frac{(P_1 + P_2) l ((B - A) \omega^2 - c_2 l_2 l)}{2 f_1(\omega)} - \frac{(P_1 - P_2) l ((B + A) \omega^2 - c_2 l_2 l)}{2 f_2(\omega)}; \\ a_3 &= -\frac{(P_1 + P_2) l ((B - A) \omega^2 - c_1 l_1 l)}{2 f_1(\omega)} + \frac{(P_1 - P_2) l ((B + A) \omega^2 - c_1 l_1 l)}{2 f_2(\omega)}; \\ a_4 &= -\frac{(P_1 + P_2) l ((B - A) \omega^2 - c_1 l_1 l)}{2 f_1(\omega)} - \frac{(P_1 - P_2) l ((B + A) \omega^2 - c_1 l_1 l)}{2 f_2(\omega)}. \end{aligned} \quad (7)$$

де

$$f_1(\omega) = ((B + A)\omega^2 - c_2 l_2 l)(c_1 l - M l_2 \omega^2) - ((B + A)\omega^2 - c_1 l_1 l)(M l_1 \omega^2 - c_2 l); \quad (8)$$

$$f_2(\omega) = ((B - A)\omega^2 - c_2 l_2 l)(c_1 l - M l_2 \omega^2) - ((B - A)\omega^2 - c_1 l_1 l)(M l_1 \omega^2 - c_2 l). \quad (9)$$

Формули (7) показують, що  $a_1, a_2, a_3, a_4$  необмежено зростають, коли  $f_1(\omega) \rightarrow 0$ . Так як  $f_1(\omega)$  і  $f_2(\omega)$  не мають спільних коренів, то, коли  $f_1(\omega) \rightarrow 0$ ,  $f_2(\omega)$  приймає відмінні від нуля значення. Тому при малих  $f_1(\omega)$  друге доданки у формулах (7) нехтовно малі порівняно з першими.

Отже, приблизно можна одержати  $a_1 = -a_2$ ;  $a_3 = -a_4$ , через це закон руху точок заготовки, які співпадають з точками  $A_1$  і  $A_2$ , мають вигляд:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 \cos \omega t; & z_1 &= -a_1 \sin \omega t; \\ y_2 &= a_3 \cos \omega t; & z_2 &= -a_3 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким чином, характер коливань, які викликаються силами  $P_1 \cos \omega t$  і  $P_2 \sin \omega t$  поблизу резонансу при відповідній критичній кутовій швидкості, що визначається із рівняння  $f_1(\omega) = 0$ , відповідає прямій і «зворотній» прецесіям тіла. Значення критичних кутових швидкостей і «зворотної» прецесії знаходимо з рівняння  $f_2(\omega) = 0$ :

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{R_1 \pm \sqrt{S_1^2 - 4M(B+A)c_1 c_2 l^2}}{2M(B+A)}}, \quad (11)$$

де  $R_1 = (c_1 + c_2)(B + A) + M(c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2)$

$$S_1 = (c_1 + c_2)(B + A) - M(c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2).$$

Два інших критичних значення кутової швидкості знаходимо з рівняння за умови  $f_1(\omega) = 0$ :

$$\omega_{3,4} = \sqrt{\frac{R_2 \pm \sqrt{S_2^2 - 4M(B-A)c_1 c_2 l^2}}{2M(B-A)}}; \quad (12)$$

де  $R_2 = (c_1 + c_2)(B - A) + M(c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2)$ ;

$$S_2 = (c_1 + c_2)(B - A) - M(c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2).$$

При  $B > A$  маємо два позитивних дійсних корені  $\omega_1$  і  $\omega_2$ , при  $A > B$  маємо один позитивний корінь. Це означає, що при дії збурюючих гармонічних сил із частотою, яка дорівнює кутовій швидкості заготовки, існують чотири або три критичні кутові швидкості залежно від співвідношення моментів інерції  $A$  і  $B$ . Зауважимо, що при  $A = 0$  формула (8) дає значення

критичної кутової швидкості без урахування гіроскопічного ефекту.

На основі чисельних методів із використанням сертифікованого пакету прикладних програм MATHCAD [5] для діапазону реальних значень розмірів оброблювальних заготовок маємо такі значення критичних частот коливань під час суміщеної обробки (рис. 2).

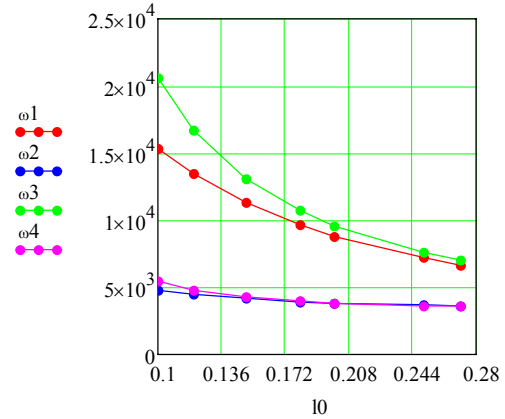


Рис. 2. Графік залежності критичних частот коливань від довжини заготовки під час суміщеної обробки

## Висновки

Доведено, що частота змусених коливань, які виникають через биття шпинделя верстату, биття оброблюваної деталі, хвилястість і наявності слідів вібрації, яка утворилася під час суміщеної обробки, суттєво відрізняється від частоти автоколивань, які завжди близькі до власної частоти домінуючої коливальної системи. Змусені коливання низької частоти виникають внаслідок кінематичної нежорсткості зв'язку інструменту з деталлю, при цьому інструмент реагує на зовнішнє збудження з боку елементів системи ВППЗ, зокрема з боку деталі. Через це будь-які випадкові поштовхи виводять із рівноваги пружну систему ВППЗ, а значить і якості обробки.

## Список літератури

1. Кудинов В. А. Динамический расчет токарного станка на электронной цифровой вычислительной машине. Руководящие материалы / В. А. Кудинов, С. С. Кедров, Н. М. Глухов. – М. : ОНТИ ЭНИМС, 1963.
2. Ермаков Ю. М. Перспективы применения алмазного выглаживания. Обзор / Ю. М. Ермаков, А. А. Ершов. – М. : НИИмаш, 1984. – 64 с.
3. Торбило В. М. Алмазное выглаживание / В. М. Торбило. – М. : Машиностроение, 1972. – 105 с.
4. Відміч С. С. Вільні коливання заготовки (циліндричної) як твердого тіла із чотирма степенями вільності / С. С. Відміч, С. П. Киба, О. Ф. Саленко // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського. – 2008. – Вип. 1/2008 (48), част. 2. – С. 16–19.
5. Дьяконов В.В. MathCAD-2000. Специальный справочник / В. В. Дьяконов. – Спб. : Питер, 2002. – 832 с.

6. Видмих С. С. Устойчивость комбинированной обработки / С. С. Видмих, А. Ф. Саленко, В. Г. Зеленский // Вісник Кременчуцького державного політехнічного уні-

верситету імені Михайла Остроградського. – 2008. – Вип. 1/2008 (48), част. 2. – С. 20–26.

Одержано 09.06.2011

**Видмих С.С. Вынужденные колебания цилиндрической заготовки при резании с одновременным алмазным выглаживанием**

*Предлагается способ исследований вынужденных колебаний цилиндрической заготовки во время совмещенной обработки процессом резания и алмазным выглаживанием. На заготовку действуют силы, которые создаются резцом и алмазным выглаживателем, которые приложены в центре тяжести заготовки. Показана зависимость размеров обрабатываемой заготовки от критических частот во время совмещенной обработки.*

**Ключевые слова:** вынужденные колебания, совмещенная обработка, критическая угловая скорость, момент инерции.

**Vidmich S. The compelled fluctuations of cylindrical blank by machining cutting simultaneous with diamond smoothing operation**

*The way of forced oscillation research of cylindrical work piece during combined cutting process and diamond smoothing is suggested. The work piece is exposed to the forces which are created by cutter and diamond smoother and which are imposed to the centre of the work piece gravity. Dependence of the work piece the size from critical frequencies during the combined processing is shown.*

**Key words:** forced oscillation, combined processing, critical angular speed, moment of inertia.

УДК 621.73.143:669.14.018.8

Д-р техн. наук В. Ю. Ольшанецький, І. Ю. Кисільова

Національний технічний університет, м. Запоріжжя

## ВАРІАЦІЙНА ЗАДАЧА КРУТІННЯ ПРИЗМАТИЧНОГО БРУСУ З УРАХУВАННЯМ ДИСЛОКАЦІЙНОГО ВПЛИВУ

*Розглянуто варіаційну задачу крутіння пружно-пластичного призматичного брусу. Побудовано функціонал додаткової енергії, який враховує розподіл параметрів дислокаційної структури. Для хромистої сталі отримані рівняння, які визначають інтенсивність напружень та інтенсивність деформацій. Побудовано зони пластичного впливу.*

**Ключові слова:** крутіння, варіаційне рівняння, метод Рітца, розподіл густини дислокацій.

### Постановка проблеми

Дислокації є розповсюдженим елементом мікроструктури твердих деформованих тіл. Поряд з іншими дефектами кристалічної ґратки вони визначають пластичність і міцність твердих деформованих металевих матеріалів. У сучасних дослідженнях дислокаційні моделі використовуються для теоретичного опису багатьох явищ та процесів, які відбуваються в твердих тілах на макро- та мікро- рівнях під час пластичного деформування. Сукупність отриманих до теперішнього часу даних показує, що дислокації є істотною складовою структури реальних кристалів. Численні теоретичні та експериментальні дослідження показали суттєвий вплив дислокацій на властивості сталей та сплавів.

Останнім часом увагу науковців привертає проблема наведення «містків» між макровластивостями та па-

раметрами субмікроструктури, які характеризують поведінку твердих тіл під час пластичної деформації. У багатьох роботах (Работнов А. Н. [1], Смирнов Б. І. [2], Степанов Ю. Н. [3], А. Х. Коттрелл [4, 5] та ін.) показано, що тонка (зокрема дислокаційна) структура та її зміна у процесі обробки металу визначають його основні пластичні властивості при деформаційному формозмінненні (дислокаційна теорія Зегера та ін.). Зазвичай для оцінки впливу тонкої структури використовують підхід, при якому важливі параметри структури розглядаються як середні, хоча з практичної точки зору цінніше знати статистичні розподіли та динаміку їх змін. За динамічним підходом передусім розглядають розподіли різних параметрів тонкої структури (наприклад, дислокацій) і пов'язані з ними розподіли механічних властивостей. Можна констатувати, що на даний