

Любимий Ю.М. Методика визначення інтенсивності кавітаційних процесів за характеристиками шуму

У роботі запропонована методика визначення інтенсивності процесу кавітації у рідкому середовищі за характеристиками шуму. Розроблена математична модель і отримана формула для визначення потужності акустичних коливань. Побудована 3D-модель поверхні, що характеризує залежність рівня і частоти шуму від перепаду тиску на кавітаторі.

Ключові слова: кавітаційний шум, кавітатор, рівень шуму, тиск, частота, рідкий мастильно-охолодний технологічний засіб, проточний стенд, гідродинамічна кавітація.

Liubymiy I. Method of cavitation processes intensity determination using noise descriptions Liubymiy I. Method of determination of cavitation processes intensity on noise descriptions

The method of intensity cavitation processes determination is in-process offered in a liquid environment based on noise description. Mathematical model is built and a formula is got for determination of acoustic vibrations power. The surface 3D-model, characterizing level dependence and noise frequency on the overall pressure on cavitator, is built.

Key words: cavitation noise, cavitator, sound-level, pressure, frequency, liquid lubricating-cooling technological mean, running stand, hydrodynamic cavitation.

УДК 519.6

Канд. техн. наук А. М. Поляков

Национальный технический университет, г. Севастополь

ПРИЛОЖЕНИЕ НОВОГО ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К ЗАДАЧАМ КИНЕМАТИКИ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Использована новая рекуррентная формула для численного решения систем нелинейных полиномиальных уравнений. Приведенные примеры свидетельствуют о ее эффективности при выборе произвольных начальных приближений.

Ключевые слова: полиномиальное уравнение, система уравнений, численное решение, рекуррентная формула, итерационный процесс, корень полинома.

Постановка проблемы

Математические модели многих физических процессов и систем представляются в форме систем N нелинейных уравнений с неизвестными x_1, x_2, \dots, x_N :

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) &= 0; f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0; \dots \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_N) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Кроме того, при использовании численных методов к системам вида (1) сводятся задачи оптимального управления, планирования движений, синтеза механических объектов и многие другие. В связи с этим развитие методов решения таких систем является актуальной задачей не только прикладной математики, но и других разделов науки.

При решении многих практических задач системы нелинейных уравнений могут быть приведены к системам полиномиальных уравнений, которые, в свою очередь, путем формальных процедур, реализующих исключение неизвестных, например, методом резуль-

танта [1] или методом, основанным на вычислении стандартных базисов Гребнера [2], достаточно просто приводятся к треугольной форме [3].

В работе [4] была обоснована рекуррентная формула для нахождения всех действительных корней полиномиальных уравнений и представлен алгоритм ее реализации. Показано, что ее эффективность практически не зависит от выбора начального приближения, которое может быть выбрано произвольным образом. При выборе начального приближения в малой окрестности одного из действительных корней ее сходимость подобна сходимости итерационной формулы Ньютона [5]. При выводе формулы использовалось линейризованное уравнение (относительно погрешности приближенного значения одного из действительных корней), соответствующее исходному. Аналогичный подход может быть использован и при организации итерационного процесса решения полиномиальных систем уравнений.

Основной целью данной работы является обоснование алгоритма решения полиномиальных систем уравнений, обеспечивающего нахождение всех действительных решений при различных начальных приближениях, который может быть эффективно использован при решении определенного класса практических задач.

Обоснование нового алгоритма численного решения систем нелинейных полиномиальных уравнений

Пусть заданы два полинома

$$p_1(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n a_{m-i, n-j} x^i y^j; \quad p_2(x, y) = \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^s b_{p-k, s-l} x^k y^l, \quad (2)$$

из кольца $R[x, y] = R[x][y]$, $x, y \in \Upsilon$, $a_{m-i, n-j}, b_{p-k, s-l} \in \Upsilon$. Требуется найти действительные корни системы полиномиальных уравнений

$$p_1(x, y) = 0; \quad p_2(x, y) = 0, \quad (3)$$

если они существуют.

Для организации итерационного процесса решения системы (3) произвольным образом зададим начальные приближения действительных корней $r_{0x}, r_{0y} \in \Upsilon$. Очевидно, что при таком подходе значения полиномов $p_1(r_{0x}, r_{0y})$ и $p_2(r_{0x}, r_{0y})$ почти всегда будут отличаться от нуля (возможно весьма значительно). Но, можно предположить, что всегда можно подобрать такие числа $v_{0x}, v_{0y} \neq 1$, что

$$p_1\left(\frac{r_{0x}}{1-v_{0x}}, \frac{r_{0y}}{1-v_{0y}}\right) = 0; \quad p_2\left(\frac{r_{0x}}{1-v_{0x}}, \frac{r_{0y}}{1-v_{0y}}\right) = 0, \quad (4)$$

если полиномы $p_1(x, y)$ и $p_2(x, y)$ имеют хотя бы одну пару действительных корней r_x и r_y .

Умножая левые части (4) на $(1-v_{0x})^m (1-v_{0y})^n$ и $(1-v_{0x})^p (1-v_{0y})^s$, соответственно, и оставляя после преобразований только члены, содержащие v_{0x} и v_{0y} степени не выше первой, приходим к системе линейных уравнений, разрешенных относительно v_{0x}, v_{0y} , которая в матричной форме имеет вид:

$$A_0 U_0 = P_0, \quad (5)$$

где

$$A_0 = \begin{pmatrix} \sum_{j=0}^n (m-i) a_{m-i, n-j} r_{0x}^i r_{0y}^j & \sum_{j=0}^n (n-j) a_{m-i, n-j} r_{0x}^i r_{0y}^j \\ \sum_{l=0}^s (p-k) b_{p-k, s-l} r_{0x}^k r_{0y}^l & \sum_{l=0}^s (s-l) b_{p-k, s-l} r_{0x}^k r_{0y}^l \end{pmatrix}$$

$$U_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \end{pmatrix}; \quad P_0 = \begin{pmatrix} p_1(r_{0x}, r_{0y}) \\ p_2(r_{0x}, r_{0y}) \end{pmatrix}.$$

Если $\det A_0 \neq 0$, будем иметь: $U_0 = A_0^{-1} P_0$ или

$$U_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{v_{0x}}}{\Delta_0} \\ \frac{\Delta_{v_{0y}}}{\Delta_0} \end{pmatrix}, \quad \text{где}$$

$$\Delta_0 = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^s \{[(m-i)(s-l) - (n-j)(p-k)] a_{m-i, n-j} b_{p-k, s-l} r_{0x}^{i+k} r_{0y}^{j+l}\},$$

$$\Delta_{v_{0x}} = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^s \{[(s-l) - (n-j)] a_{m-i, n-j} b_{p-k, s-l} r_{0x}^{i+k} r_{0y}^{j+l}\},$$

$$\Delta_{v_{0y}} = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^s \{[(p-k) - (m-i)] a_{m-i, n-j} b_{p-k, s-l} r_{0x}^{i+k} r_{0y}^{j+l}\}.$$

На следующей итерации примем: $r_{1x} = \frac{r_{0x}}{1-v_{0x}}$,

$$r_{1y} = \frac{r_{0y}}{1-v_{0y}}.$$

Продолжая таким же образом далее, на некоторой $I+1$ -й итерации будем иметь:

$$r_{(I+1)x(y)} = \frac{r_{Ix(y)}}{1-v_{Ix(y)}} = \frac{r_{(I-1)x(y)}}{(1-v_{(I-1)x(y)})(1-v_{Ix(y)})} = \frac{r_{0x(y)}}{(1-v_{0x(y)})(1-v_{1x(y)}) \dots (1-v_{(I-1)x(y)})(1-v_{Ix(y)})}, \quad (6)$$

где $v_{Ix(y)}$ – компоненты вектор-столбца U_I , являющиеся ε -решениями уравнения $A_I U_I = P_I$.

Итерационный процесс завершается на J -й итерации если удовлетворяется необходимое условие

$$\|U_J\| = \sqrt{v_{Jx}^2 + v_{Jy}^2} \leq \varepsilon, \quad (7)$$

где $\varepsilon \in \Upsilon$ – некоторое достаточно малое число.

С целью обобщения представим формулу (6) в матричной форме:

$$R_{I+1} = [I^* - U_I^*]^{-1} R_I, \quad (8)$$

где

$$R_I = \begin{pmatrix} r_{Ix} & 0 \\ 0 & r_{Iy} \end{pmatrix}; \quad R_{I+1} = \begin{pmatrix} r_{(I+1)x} & 0 \\ 0 & r_{(I+1)y} \end{pmatrix};$$

$$U_I^* = \begin{pmatrix} v_{Ix} & 0 \\ 0 & v_{Iy} \end{pmatrix}; \quad I^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получено отображение матричной функции $X = R$ в себя: $F: X \rightarrow X$. В соответствии с принципом сжимающих отображений и теоремами

Банаха и Шредера о неподвижной точке [6], итерационный процесс будет сходящимся, если отображение (8) удовлетворяет условию Липшица, т. е. является сжимающим [7]. Сжимающее отображение должно быть непрерывным, поэтому на каждой итерации (I) необходимо выполнение условия $\Delta_I \neq 0$.

Отметим, что итерационная формула вида (8) может быть обобщена и использоваться при решении полиномиальных систем с конечным числом уравнений $N > 2$. Очевидно, что при этом матрицы, входящие в формулу, будут иметь размерность $N \times N$.

В качестве тестового примера рассмотрим процесс решения системы трех полиномиальных уравнений

$$\begin{aligned} f_1(x, y, z) &= xyz + 10xy - yz + 2 = 0 \\ f_2(x, y, z) &= xy - 3xz - x + y - 1 = 0 \\ f_3(x, y, z) &= x + 3y + z - 5 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Пусть начальные приближения действительных корней r_{0x}, r_{0y}, r_{0z} , а корректирующие поправки (ошибки), соответствующие им v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} . Тогда, на нулевой итерации уравнение (5) будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} r_{0y}r_{0z} - 2 & -2 & -10r_{0x}r_{0y} - 2 \\ -r_{0y} + 1 & r_{0x} + 3r_{0x}r_{0z} + 1 & -r_{0x}r_{0y} + r_{0x} - r_{0y} + 1 \\ -3r_{0y} - r_{0z} + 5 & -r_{0x} - r_{0z} + 5 & -r_{0x} - 3r_{0y} + 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \\ v_{0z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}) \\ f_2(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}) \\ f_3(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Решив уравнение (10), получим новые приближения: $r_{1x} = \frac{r_{0x}}{1 - v_{0x}}$, $r_{1y} = \frac{r_{0y}}{1 - v_{0y}}$, $r_{1z} = \frac{r_{0z}}{1 - v_{0z}}$. Итерационный процесс будем продолжать до тех пор, пока на некоторой J -й итерации не будет выполнено необходимое условие: $\|U_J\| = \sqrt{v_{Jx}^2 + v_{Jy}^2 + v_{Jz}^2} \leq \varepsilon$.

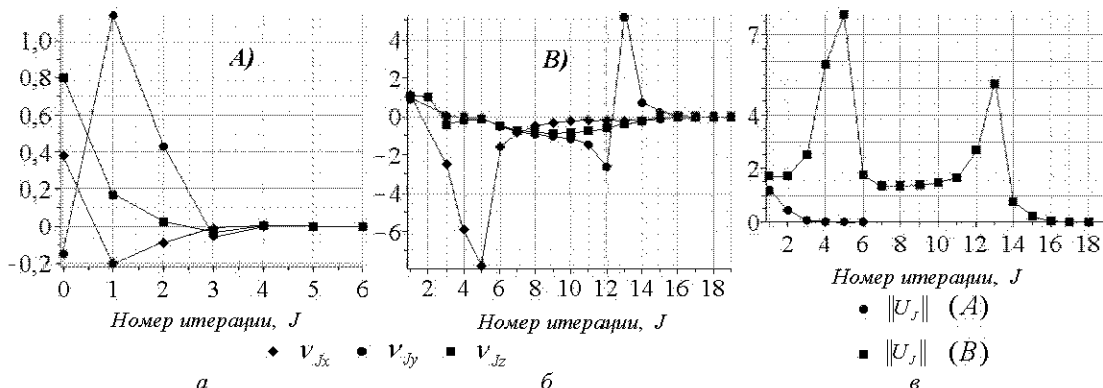


Рис. 1. Динамика итерационных процессов решения системы (9) при начальных приближениях $r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = -0,2$ (первая серия решений): а – по формуле (8); б – по методу Ньютона; е – изменение нормы вектора ошибки $\|U_J\|$

С целью оценки качества итерационного процесса (8) (А) найдем решения системы (9) при различных начальных приближениях. Кроме этого, произведем сравнение с решениями, полученными на основе метода Ньютона (В). Константу ε , определяющую точность решений примем равной $\varepsilon = 10^{-7}$.

Первую серию решений выполним при начальных приближениях действительных корней относительно близких к нулю, приняв их равными: $r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = -0,2$, вторую – при достаточно больших значениях: $r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = 1000$ и третью – при начальных приближениях, близких к известным действительным корням системы (9): $r_{0x} = -0,1$; $r_{0y} = 3,0$; $r_{0z} = -2,0$. Во всех сериях решений на каждой итерации вычислим корректирующие поправки v_{Jx}, v_{Jy}, v_{Jz} и нормы векторов ошибок $\|U_J\| = \sqrt{v_{Jx}^2 + v_{Jy}^2 + v_{Jz}^2}$, соответствующих им. Итерационные процессы будем считать завершёнными при выполнении необходимого условия:

$$\|U_J\| \leq \varepsilon.$$

В первой серии решений при одинаковых начальных приближениях получены разные корни системы: (А) по формуле (8): $r_x = -0,2419101$; $r_y = 2,1465160$; $r_z = -1,1976380$; (В) по методу Ньютона: $r_x = -0,0464450$; $r_y = 0,4675727$; $r_z = 3,6437270$. Во второй серии решений значения корней, вычисленных по формуле (8) и методом Ньютона оказались одинаковыми: (А, Б): $r_x = 102,1007830$; $r_y = -29,0008515$; $r_z = -10,0982290$. И, наконец, в третьей серии решений, при выборе начальных приближений в малых окрестностях известных действительных корней системы, вычисленные значения корней также оказались одинаковыми: (А, Б): $r_x = -0,2419101$; $r_y = 2,1465160$; $r_z = -1,1976380$.

Графики, иллюстрирующие динамику итерационных процессов для каждой серии начальных приближений, показаны на рис. 1–3.

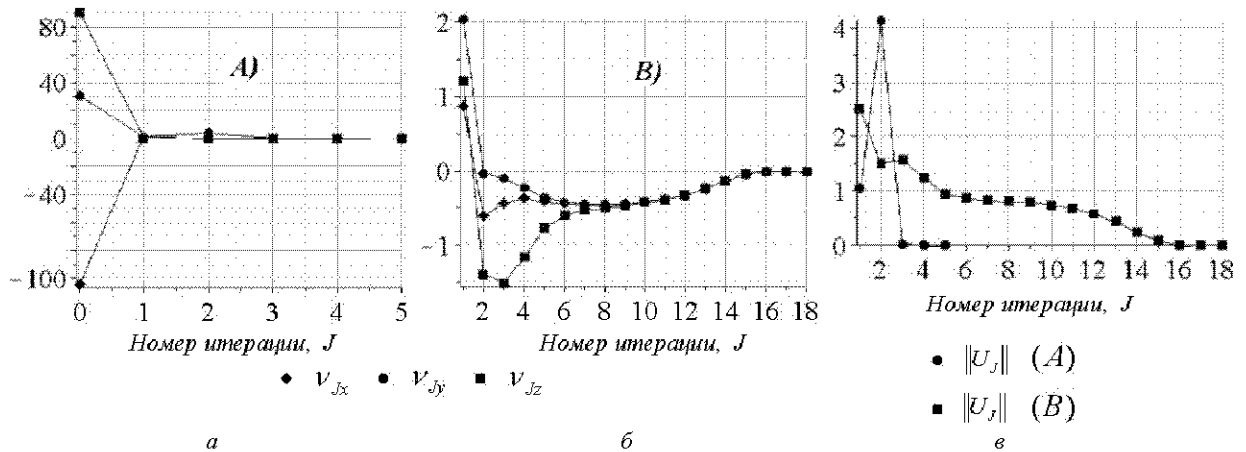


Рис. 2. Динамика ітерационних процесів рішення системи (9) при початкових наближеннях $r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = 1000$ (друга серія рішень): а – по формулі (8); б – по методу Ньютона; в – змінення норми вектора помилки $\|U_J\|$

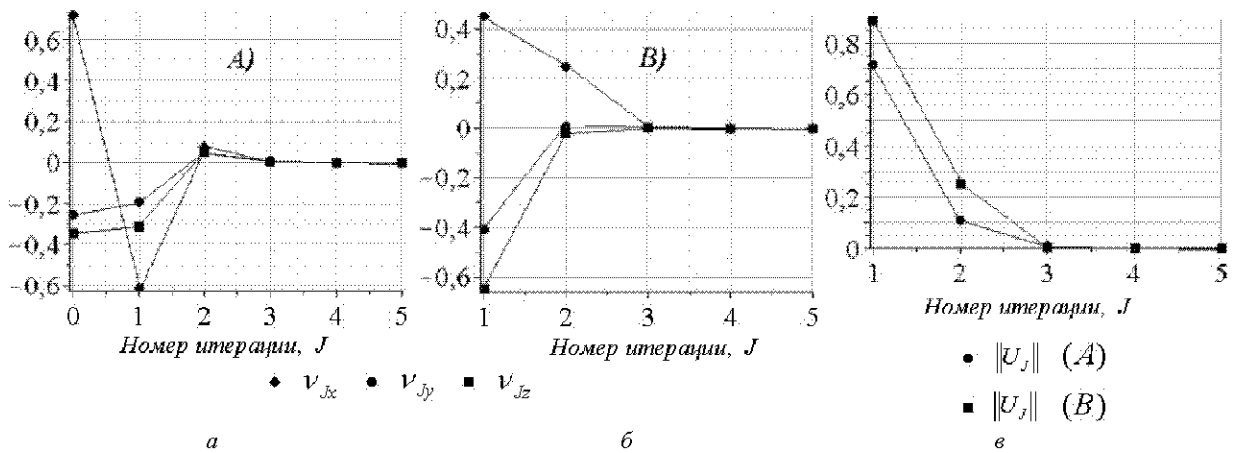


Рис. 3. Динамика ітерационних процесів рішення системи (9) при початкових наближеннях $r_{0x} = -0,1$; $r_{0y} = 3,0$; $r_{0z} = -2,0$ (третья серія рішень): а – по формулі (8); б – по методу Ньютона; в – змінення норми вектора помилки $\|U_J\|$

Их элементарный анализ свидетельствует о том, что во всех случаях итерационные процессы, реализованные в соответствии с формулой (8), более эффективны по сравнению с процессами, реализованными по методу Ньютона. Особенно ярко это выражено в случае, когда значения начальных приближений существенно отличаются от значений действительных корней системы.

Воспользуемся теперь формулой (8) для решения практической задачи: прямой задачи кинематики плоского кулисного механизма, кинематическая схема которого представлена на рис. 4.

Система геометрических связей механизма может быть записана следующим образом:

$$\begin{cases} c + l_3 \cos \varphi_3 - l_1 \cos \varphi_1 = 0 \\ -b + l_3 \sin \varphi_3 - l_1 \sin \varphi_1 = 0 \\ c + l \cos \varphi_3 + l_4 \cos \varphi_4 - l_5 = 0 \\ -a - b + l \sin \varphi_3 + l_4 \sin \varphi_4 = 0, \end{cases} \quad (11)$$

где l_1 – длина кривошипа OA ; l_4 – длина шатуна CE ; l_3 – длина участка BA кулисы BC ; l – полная длина кулисы BC ; $a = BO$, $b = OD$, постоянные параметры механизма (c – смещение шарнира B вдоль оси x – на рис. 4 не показано).

Сделаем замену переменных, обозначая $\cos \varphi_3 = c_3$, $\sin \varphi_3 = s_3$, $\cos \varphi_4 = c_4$, $\sin \varphi_4 = s_4$, и, принимая во внимание тождество $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, придем к системе шести полиномиальных уравнений

$$\begin{cases} c + l_3 c_3 - l_1 \cos \varphi_1 = 0 \\ l_3 s_3 - l_1 \sin \varphi_1 - b = 0 \\ c + l c_3 + l_4 c_4 - l_5 = 0 \\ l s_3 + l_4 s_4 - a - b = 0 \\ c_3^2 + s_3^2 - 1 = 0 \\ c_4^2 + s_4^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

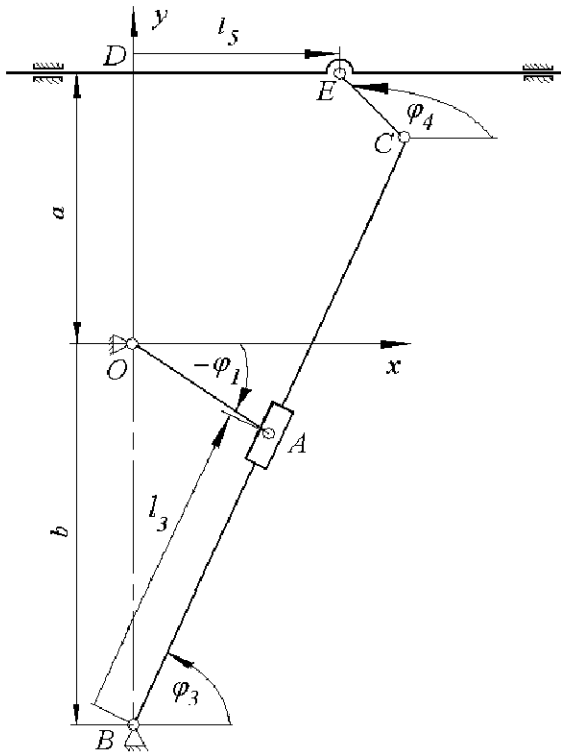


Рис. 4. Кинематическая схема плоского кулисного механизма

В качестве примера примем следующие безразмерные значения кинематических параметров: $l_1 = 1,0$; $l = 6,0$; $l_4 = 2,0$; $a = 2,0$; $b = 4,0$; $c = 0,1$.

С целью устранения решений, не соответствующих приведенному на рис. 4 варианту сборки механизма, произведем редукцию системы (12), исключив переменные $s_3 = \sin \varphi_3$ и $s_4 = \sin \varphi_4$. После подстановки принятых численных значений параметров и введения новых обозначений переменных $x_1 = c_3$, $x_2 = c_4$, $x_3 = l_3$, $x_4 = l_5$, получим:

$$\begin{cases} x_1 x_3 + 0,1 - \cos \varphi_1 = 0 \\ x_1^2 x_3^2 - x_3^2 + 17,0 - 8 \sin \varphi_1 - \cos^2 \varphi_1 \\ 6x_1 + 2x_2 - x_4 + 0,1 = 0 \\ 81x_1^4 + 18x_1^2(1 - x_2^2) + x_2^4 + 34x_2^2 - 35 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Для определения переменных $x_i^{(0)}$, $i = 1, \dots, 4$, соответствующих начальной (нулевой) конфигурации механизма при $\varphi_1^{(0)} = 0$, рад, примем следующие начальные приближения:

$$R_0^{(0)} = \begin{pmatrix} x_{01}^{(0)} \\ x_{02}^{(0)} \\ x_{03}^{(0)} \\ x_{04}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 1,0 \\ 600,0 \\ -1000,0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Вычислив $U_0^{(0)} = (A_0^{(0)})^{-1} P_0^{(0)}$ и

$R_1^{(0)} = [I^* - U_0^{(0)}]^{-1} R_0^{(0)}$, перейдем к следующей итерации. Приняв $\varepsilon = 10^{-7}$, будем продолжать итерационный процесс (8) до тех пор, пока не будет выполнено условие вида (7).

Параллельно, с целью оценки эффективности итерационного процесса (8), произведем решение данной задачи при начальных приближениях (14) путем реализации итерационного процесса в соответствии с методом Ньютона [4]:

$$R_{i+1}^{(0)} = R_i^{(0)} - (F_i^{(0)})^{-1} F_i^{(0)}, \quad (15)$$

где $F_i^{(0)}$ – вектор, компонентами которого являются значения левых частей уравнений системы (13) при $\varphi_1^{(0)} = 0$, рад на i -й итерации; $F_i^{(0)}$ – матрица Якоби размера 4×4 , элементами которой являются значения

производных $\frac{\partial F_i^{(0)}}{\partial x_j}$ при на i -й итерации. Приняв

$\varepsilon = 10^{-7}$, будем продолжать итерационный процесс (15) до тех пор, пока на некоторой j -й итерации не будет выполнено условие

$$\|\Delta_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^4 (\delta_k^{(0)})^2} \Big|_j = \sqrt{\sum_{k=1}^4 (R_{i+1(k)}^{(0)} - R_{i(k)}^{(0)})^2} \Big|_j \leq \varepsilon. \quad (16)$$

Динамика итерационных процессов решения данной задачи показана в графической форме на рис. 5, а–д.

При заданных начальных приближениях ε -решения задачи при реализации процессов (8) и (15) были получены, соответственно, за 6 и 11 итераций, что свидетельствует о том, что их скорость сходимости, по крайней мере, одного порядка. При этом необходимо отметить, что при одних начальных приближениях быстрее сходится процесс (15), при других – процесс (8), а в некоторых случаях оба процесса могут оказаться расходящимися.

При выборе начальных приближений в малых окрестностях действительных корней системы (13) оба процесса реализуются при малом и практически одинаковом числе итераций. Этот факт может быть использован для определения дискретного множества переменных параметров, соответствующих множеству возможных конфигураций механизма, реализуемых при различных значениях обобщенной координаты φ_1 .

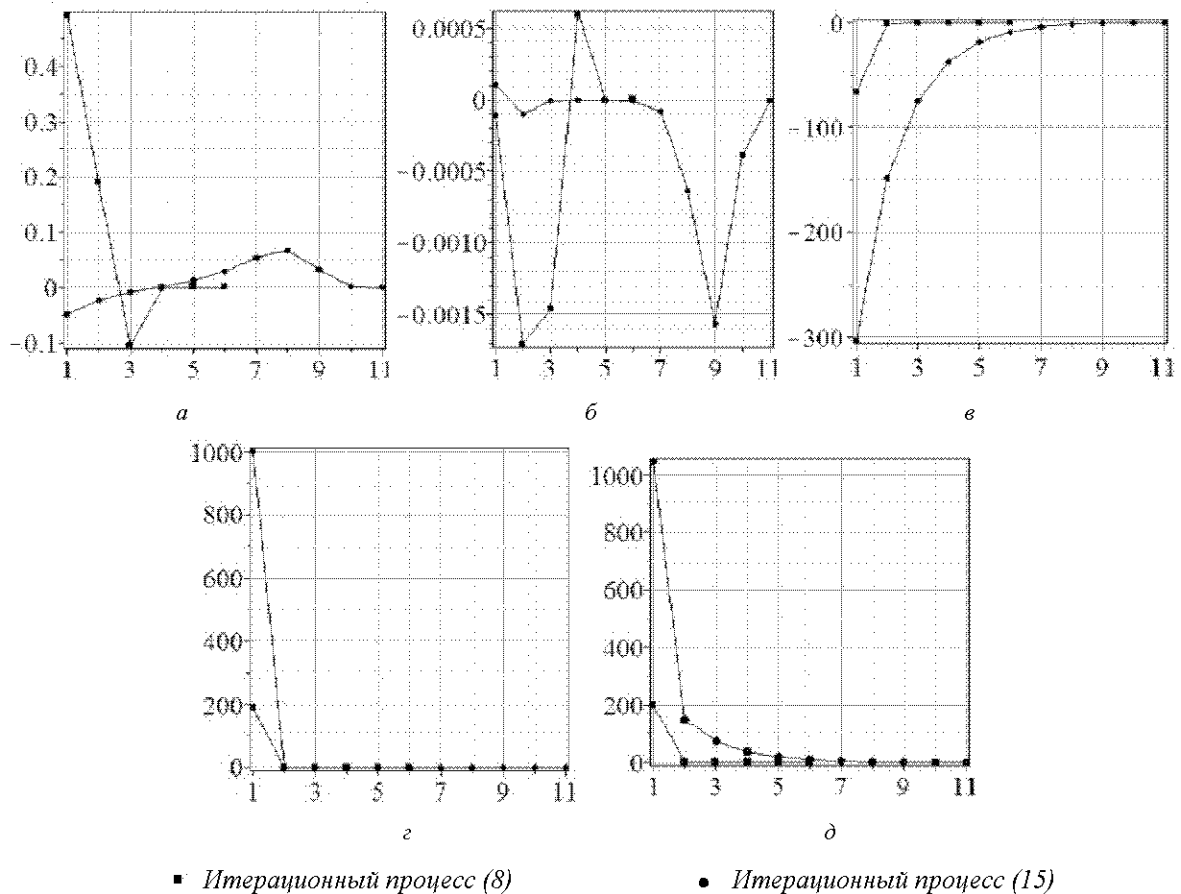


Рис. 5. Изменение компонент векторов погрешностей $v_i^{(0)}$ и $\delta_i^{(0)}$ при реализации итерационных процессов (8) и (15), соответственно: $a - v_1^{(0)}, \delta_1^{(0)}$; $б - v_2^{(0)}, \delta_2^{(0)}$; $в - v_3^{(0)}, \delta_3^{(0)}$; $г - v_4^{(0)}, \delta_4^{(0)}$; $д - \|U_j\|, \|\Delta_j\|$

Заключение

Представленный в статье метод решения систем нелинейных полиномиальных уравнений эффективен при решении многих прикладных задач. Об этом свидетельствуют результаты множества численных экспериментов, выполненных, в том числе, и при решении задач кинематического анализа шарнирных механизмов различных классов.

При использовании метода во многих практических случаях реализуются устойчивые сходящиеся итерационные процессы, позволяющие получать ε -решения систем нелинейных полиномиальных уравнений с любой заданной точностью. Но, при этом, необходимо отметить, что при «неудачном» выборе начальных приближений его реализация может приводить к расходящимся итерационным процессам, характерным и для других итерационных методов.

Количественные и качественные оценки, полученные при решении многих практических задач, позволяют отметить, что скорость сходимости итерационных процессов, основанных на данном методе, по крайней мере, не хуже, чем у итерационных процессов, реализуемых в соответствии с классическим ме-

тодом Ньютона, а в некоторых случаях и заметно выше. Об этом, в частности, свидетельствуют и результаты решения задач, приведенные в статье. Но основное преимущество метода по сравнению с методом Ньютона состоит в отсутствии необходимости дифференцирования уравнений решаемой системы, что особенно важно при программировании необходимых вычислительных процедур на языках высокого уровня.

Дальнейшая работа в данной области будет посвящена обоснованию алгоритма вычисления оценок спектрального радиуса матрицы Липшица при произвольном выборе начальных приближений, доказательству условий сходимости метода, а также выработке практических рекомендаций к его использованию при решении некоторых классов прикладных задач.

Список литературы

1. Van Waerden B. L. Algebra. Vol. 1 / B. L. Van Waerden. – New York : Frederick Ungar Publishing, 1970. – 265 p.
2. Buchberger B. Theoretical Basis for the Reduction of Polynomials to Canonical Forms / B. Buchberger // SIGSAM Buletin. – 1976. – Vol. 39. – P. 19–29.
3. Polyakov A. Numerical solutions of direct and inverse kinematic problems for mechanisms with open and closed

- kinematic chains / A. Polyakov, M. Kolesova // A Proc. vol. from the 6-th IFAC workshop DECOM-TT 2009. – Scopje, Macedonia, 2009. – P. 321–328.
4. Поляков А. М. Рекуррентная формула для нахождения действительных корней нелинейных алгебраических уравнений в приложении к задачам механики механизмов / А. М. Поляков, М. А. Полякова // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2002. – № 2. – С. 93–96.
 5. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М. : Наука, 1987. – 600 с.
 6. Ортега Д. Итерационные методы решения нелинейных систем со многими неизвестными / Д. Ортега, В. Рейнболдт. – М. : Мир, 1975. – 558 с.
 7. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1976. – 544 с.
 8. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1970. – 664 с.

Одержано 17.10.2011

Поляков О.М. Застосування нового чисельного методу розв'язання систем поліноміальних рівнянь до задач кінематики шарнірних механізмів

Використана нова рекуррентна формула для чисельного розв'язання систем нелінійних поліноміальних рівнянь. Наведені приклади свідчать про її ефективність при виборі довільних початкових наближень.

Ключові слова: поліноміальне рівняння, система рівнянь, чисельне рішення, рекуррентна формула, ітераційний процес, корінь полінома.

Polyakov A. Application of a new numerical method of the polynomial equations systems solving to the kinematics of linkages

New recurrent formula for the numerical solution of nonlinear polynomial equations systems is received. The given examples show its effectiveness when initial approximations are choosing arbitrary.

Key words: polynomial equation, system of equations, numerical solution, recursive formula, iterative process, root of polynomial.

УДК 621.01:531.3

Д-р техн. наук Т. М. Кадильникова, канд. техн. наук А. М. Криворучко,
Н. А. Силина, С. В. Кадильников

Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ ОРГАНОВ КОЛОСНИКОВЫХ ГРОХОТОВ

В статье рассмотрена актуальная научная прикладная задача, суть которой состоит в разработке универсального численного метода определения собственных частот колебаний стержневых элементов рабочих органов колосниковых грохотов. Предложенный метод позволит в дальнейшем подбирать частоты вынужденных колебаний вибрирующих устройств в грохотах.

Ключевые слова: собственные частоты; стержневой элемент; колосниковые грохоты.

Введение

В настоящее время при проведении операций, связанных с дезинтеграцией насыпных материалов, находят широкое применение грохоты, у которых в качестве рабочего органа используются колосниковые решетки. Отличительной особенностью таких конструкций является их энергоэкономность при получении готовой продукции, а также высокая произ-

водительность. Все это достигается благодаря наличию гравитационных потоков насыпного материала в рабочих органах грохота и нелинейности колебаний непосредственно самих колосников, представляющих собой стержни постоянного сечения, подверженные изгибным деформациям. Поэтому при проектировании рабочих органов грохотов большое значение приобретают исследования изгибных колебаний стержней.