

что значительно увеличивает эффективность КШМ.

Рекомендации и выводы

Разработан и исследован клиношарнирный механизм с вогнутым клином, у которого в положении на оси пресса угол клина составляет 0° . Такой механизм позволяет в начале хода отрезки иметь максимальную силу на прессе, что соответствует большинству техпроцессов разделительных операций. Ход приближения ножа к заготовке, выборку зазоров и частично упругую деформацию системы «заготовка – инструмент – пресс» обеспечивает обычный клин с независимым приводом. Такая схема механического пресса для разделительных операций разработана впервые и может быть рекомендована для создания машин, обеспечивающих отрезку заготовок. Привод КШМ и клина может производиться любым видом механизма с возвратно-поступательным движением выходного звена.

КШМ позволяет значительно расширить технологические возможности механических прессов.

Перечень ссылок

1. Чоста Н. В. Механические системы с переменной клиновидностью / Н. В. Чоста // Совершенствование процессов и оборудования обработки давлением в металлургии и машиностроении : сб. научн. тр. – Краматорск : ДГМА, 1998. – Вып. 4. – С. 393–395.
2. Роганов Л. Л. Теоретический анализ возможностей клиношарнирного механизма с вогнутым клином / Л. Л. Роганов, Е. А. Корнева, Н. В. Чоста // Сб. научн. статей. – Краматорск : ДГМА, 1996. – Вып. 3. – С. 122–131.
3. Роганов Л. Л. Перспективные конструктивные схемы машин для разделения проката с клиношарнирным механизмом / Л. Л. Роганов, Н. В. Чоста // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском у машинобудуванні та металургії : зб. наук. пр. – Краматорськ-Слов'янськ : ДДМА, 2000. – С. 437–439.

Одержано 12.10.2009

L. L. Roganov, N. V. Chosta, T. V. Kirienko

THE DEVELOPMENT OF MECHANICAL PRESSES WITH WEDGEBAR MECHANISM FOR UNDERBAR OPERATION

Розглянуто вимоги до встаткування для розділювальних операцій зсувом і ламанням. Для цієї мети запропонований новий клиношарнирний механізм із увігнутим клином і ряд схем пресів з таким механізмом.

Ключові слова: клин, шарнір, розділювання, сила, прес, прокат.

The requirements to the equipment for underbar operation by shift and breaking were considered. For this aim new wedgebar mechanism with concave wedge and several schemes of presses with such mechanism is offered.

Key words: wedge, joint, division, power, press, rolling.

УДК 539.374.001.8.621.7–11

Д-р техн. наук В. В. Чигиринський¹, С. А. Силенко¹, А. Ю. Матюхін²

¹Национальный технический университет, ²ОАО «Мотор Сич», г. Запорожье

РІШЕННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ ПЛОСКОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ В НАПРУЖЕННЯХ

Показано рішення плоскої осесиметричної задачі теорії пластичності в аналітичному вигляді. Має місце асиметричний розподіл напруг у зоні деформування.

Ключові слова: деформація, напруження, осесиметрія, пластичність, сила, рівняння, контакт.

Зазвичай осесиметричну задачу використовують при вивченні напружено-деформованого стану тіл обертання. При цьому, мають місце спрощення, що дозволяють виключити з розгляду деякі компоненти тензора напружень і швидкостей деформацій. Умова пластичності Губера-Мизеса приймає вигляд

$$(\sigma_p - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_p)^2 = 6(k^2 - \tau_{pz}^2).$$

З умови видно, що різниці нормальних напружень визначаються одним дотичним напруженням τ_{pz} і опором зрушення k . Замість трьох рівнянь рівноваги з'являються два [1]. Вони містять три нормальних напружень й одне дотичне. Тобто, маємо три рівняння і чотири невідомих, що зводить задачу до статично невизначеної.

У загальному вигляді для деформованого стану можна записати такі співвідношення [2]:

$$\xi_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho}; \quad \xi_\varphi = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\rho}{\rho}; \quad \xi_z = \frac{\partial v_z}{\partial z};$$

$$\dot{\gamma}_{\varphi z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_\varphi}{\partial z}; \quad \dot{\gamma}_{z\rho} = \frac{\partial v_z}{\partial \rho} + \frac{\partial v_\rho}{\partial z};$$

$$\dot{\gamma}_{\rho\varphi} = \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{v_\varphi}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\rho}{\partial \varphi}.$$

Якщо в останніх виразах компоненти не залежать від кута φ , то після спрощень одержимо

$$\xi_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho}; \quad \xi_\varphi = \frac{v_\rho}{\rho}; \quad \xi_z = \frac{\partial v_z}{\partial z}; \quad \dot{\gamma}_{\varphi z} = \frac{\partial v_\varphi}{\partial z};$$

$$\dot{\gamma}_{z\rho} = \frac{\partial v_z}{\partial \rho} + \frac{\partial v_\rho}{\partial z}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\varphi} = \frac{\partial v_\varphi}{\partial \rho} + \frac{\partial v_\rho}{\partial \varphi}.$$

У роботах [3...4] передбачається, що плин середовища реалізується уздовж радіуса. Це практично зводить задачу до плоскої, тобто ($v_\varphi = 0$),

$$\xi_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho}; \quad \xi_\varphi = \frac{v_\rho}{\rho}; \quad \xi_z = \frac{\partial v_z}{\partial z}; \quad \dot{\gamma}_{z\rho} = \frac{\partial v_z}{\partial \rho} + \frac{\partial v_\rho}{\partial z}.$$

Нерівність нулю ξ_φ , скоріше пояснюється геометричним фактором [4], ніж пластичним плином. Пластична складова дорівнює нулю, тобто $\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0$. У цьому випадку можна прийняти, що $\sigma_\varphi = \frac{\sigma_\rho + \sigma_z}{2}$, тоді

$$\frac{\sigma_\rho - \sigma_\varphi}{\rho} = \frac{\sigma_\rho - \sigma_z}{2\rho}.$$

Крім цього можна вирішувати задачу в циліндричній системі координат при осадці багатобічної правильної призми, з урахуванням закону найменшого опору. У секторі приймається плин плоским [1, 3, 5].

Далі вирішимо плоску осесиметричну задачу теорії пластичності.

Постановка задачі

Постановка задачі припускає визначення системи рівнянь теорії пластичності, тобто рівняння рівноваги

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\varphi}{\rho} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} = 0; \quad (1)$$

$$\text{умова пластичності} \quad (\sigma_\rho - \sigma_z)^2 + 4\tau_{\rho z}^2 = 4k^2; \quad (2)$$

$$\text{рівняння зв'язку} \quad \frac{\sigma_\rho - \sigma_z}{2\tau_{\rho z}} = \frac{\xi_\rho - \xi_z}{\dot{\gamma}_{\rho z}}; \quad (3)$$

$$\text{умова нестисливості} \quad \xi_\rho + \xi_z = 0; \quad (4)$$

рівняння нерозривності швидкостей деформацій

$$\frac{\partial^2 \xi_\rho}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial \rho^2} = \frac{\partial^2 \dot{\gamma}_{\rho z}}{\partial z \partial \rho}. \quad (5)$$

Граничні умови задаються в напруженнях, з урахуванням тригонометричного розподілу напружень на контакті, у цьому випадку маємо

$$\tau_n = -k \cdot \sin[A\Phi(\rho, z) - 2\alpha], \quad (6)$$

де σ, τ – нормальне й дотичне напруження; τ_n – контактне дотичне напруження; α – кут нахилу площадки; k – опір пластичному зрушенню; $\Phi(\rho, z) = \Phi$ – функція координат ρ, z , які підлягають визначенню; A – постійна величина.

Вирази (3)...(5) не використовуються при розв'язанні задачі, але мають місце для обґрунтування схеми плоскої течії.

Розв'язання задачі

Рівняння рівноваги (1) після диференціювання й перетворень можна привести до виду

$$\frac{\partial^2 \tau_{\rho z}}{\partial \rho^2} - \frac{\partial^2 \tau_{\rho z}}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\tau_{\rho z}}{\rho} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_\rho - \sigma_z}{2\rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} (\sigma_z - \sigma_\rho) = 0.$$

Підставляючи з умови пластичності (2) різницю нормальних напружень, одержимо узагальнене рівняння рівноваги, що зв'яже дотичне напруження й опір пластичної деформації зрушення у вигляді

$$\frac{\partial^2 \tau_{\rho z}}{\partial \rho^2} - \frac{\partial^2 \tau_{\rho z}}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\tau_{\rho z}}{\rho} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\pm \frac{1}{\rho} \sqrt{k^2 - \tau_{\rho z}^2} \right) = \pm 2 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} \left(\sqrt{k^2 - \tau_{\rho z}^2} \right). \quad (7)$$

У диференціальному рівнянні (7) розв'язною функцією є дотичне напруження. Аналітичне рішення останнього рівняння дозволяє знайти функціональну

залежність дотичного напруження від координат зони деформації. При підстановці його в рівняння рівноваги можна визначити нормальні напруження. Приймаючи на даному етапі знак плюс перед радикалами, і підстановку, з метою задоволення граничних умов (6), у вигляді [6]

$$\tau_{\rho z} = k \cdot \sin A\Phi, \quad (8)$$

позбуваємося радикалів. Це дозволяє лінеаризувати рівняння. Є ефективна така фундаментальна підстановка у вигляді

$$k = H_{\sigma} \exp \theta', \quad (9)$$

де H_{σ} – функція координат ρ, z , що підлягає визначенню; θ' – показник експоненти, як функція, що залежить від тих же координат і підлягає визначенню. З (9) витікає, що опір пластичної деформації є величиною змінною. Підставляючи (8) і (9) у рівняння (7), після спрощень маємо

$$\begin{aligned} & \left\{ (H_{\sigma})_{\rho\rho} - (H_{\sigma})_{zz} + 2(H_{\sigma})_{\rho}(\theta'_{\rho} + A\Phi_z) + \right. \\ & \left. + (H_{\sigma})_{\rho} \frac{1}{\rho} - 2(H_{\sigma})_z(\theta'_z - A\Phi_{\rho}) + \right. \\ & \left. + H_{\sigma} \left[(\theta'_{\rho\rho} - \theta'_{zz}) + (\theta'_{\rho} + A\Phi'_z)^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. + (\theta'_z - A\Phi'_{\rho})^2 + \frac{1}{\rho}(\theta'_{\rho} + A\Phi'_z) + 2A\Phi_{\rho z} - \frac{1}{\rho^2} \right] \right\} \times \\ & \times \sin A\Phi + \left\{ 2(H_{\sigma})_{\rho}(A\Phi_{\rho} - \theta'_z) - 2(H_{\sigma})_z(A\Phi_z + \theta'_{\rho}) - \right. \\ & \left. - (H_{\sigma})_z \frac{1}{\rho} + H_{\sigma} [2(A\Phi_{\rho} - \theta'_z) \times \right. \\ & \left. \times \left(\theta'_{\rho} + A\Phi_z + \frac{1}{2\rho} \right) + \right. \\ & \left. \left. + A\Phi_{\rho\rho} - A\Phi_{zz} - 2\theta'_{\rho z} \right] - 2(H_{\sigma})_{\rho z} \right\} \times \cos A\Phi = 0. \quad (10) \end{aligned}$$

Оператори при тригонометричних функціях у рівнянні (10) значно спростяться за умови

$$\theta'_{\rho} + A\Phi'_z = 0; \quad \theta'_z - A\Phi_{\rho}, \text{ або}$$

$$\theta'_{\rho} = -A\Phi_z; \quad \theta'_z = A\Phi_{\rho}. \quad (11)$$

З урахуванням (11) рівняння (10) приймає вигляд

$$\begin{aligned} & \left[(H_{\sigma})_{\rho\rho} - (H_{\sigma})_{zz} + \frac{(H_{\sigma})_{\rho}}{\rho} - \frac{H_{\sigma}}{\rho^2} \right] \sin A\Phi - \\ & - \left[\frac{(H_{\sigma})_z}{\rho} + 2(H_{\sigma})_{z\rho} \right] \cos A\Phi = 0, \end{aligned}$$

де $\theta'_{\rho}, \theta'_z, A\Phi_{\rho}, A\Phi_z$ – частини похідні по координатах ρ, z від показника експоненти й аргументу тригонометричної функції; $(H_{\sigma})_{\rho}, (H_{\sigma})_z$ – частини похідні по тим же координатах від функції H_{σ} (див. (9)).

Таким чином, з'явилося диференціальне рівняння, що розв'язується функцією H_{σ} . Тоді рішення має вигляд

$$H_{\sigma} = \frac{C'_{\sigma}}{\rho} + C''_{\sigma}\rho. \quad (12)$$

З урахуванням співвідношень Коші-Рімана (11) можна показати, що функції θ і $A\Phi$ є гармонійними й задовольняють рівнянням Лапласа:

$$\theta_{\rho\rho} + \theta_{zz} = 0; \quad A\Phi_{\rho\rho} + A\Phi_{zz} = 0.$$

Отже, невідомі функції є заданими, тому що, відомі диференціальні рівняння, які їх визначають.

Дотичне напруження, що задовольняє диференціальному рівнянню (7), має вигляд

$$\tau_{\rho z} = \left(\frac{C'_{\sigma}}{\rho} + C''_{\sigma}\rho \right) \cdot \exp \theta' \sin A\Phi, \quad (13)$$

при виконанні умови $\theta'_{\rho} = -A\Phi_z, \quad \theta'_z = A\Phi_{\rho}$.

Підставляючи (13) у рівняння рівноваги (1), інтегруючи з урахуванням співвідношень (11) одержимо таке:

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho} &= \left(\frac{C'_{\sigma}}{\rho} + C''_{\sigma}\rho \right) \cdot \exp \theta' \cos A\Phi - \\ &- 2C''_{\sigma} \cdot I_1 + \sigma_o + f(z) + C; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z &= - \left(\frac{C'_{\sigma}}{\rho} + C''_{\sigma}\rho \right) \cdot \exp \theta' \cos A\Phi - \\ &- 2C''_{\sigma} \cdot I_2 + \sigma_o + f(\rho) + C. \end{aligned} \quad (15)$$

Тут I_1 і I_2 є інтегральними виразами ($I_1 = \int \exp \theta' \cos A\Phi d\rho, I_2 = \int \exp \theta' \sin A\Phi dz$). Можна показати, що $I_1 = I_2$. Рівність інтегралів визначається особливостями гармонійних функцій. При $C''_{\sigma} = 0$ вирази (14) і (15) набувають вигляду:

$$\sigma_{\rho} = \left(\frac{C'_{\sigma}}{\rho} \right) \cdot \exp \theta' \cos A\Phi + \sigma_o + f(z) + C; \quad (16)$$

$$\sigma_z = -\left(\frac{C'_\sigma}{\rho}\right) \cdot \exp \theta' \cos A\Phi + \sigma_0 + f(\rho) + C. \quad (17)$$

Для аналізу (14) ... (17) розглянемо осадку товстостінної труби в осьовому напрямку, рис. 1. Відповідно до експериментальних даних [7], стінка труби при осадці тече в протилежних напрямках. Тому значення функції $A\Phi$, з урахуванням рівняння Лапласа має вигляд

$$A\Phi = AA_1 z + AA_6 \rho \cdot z = -AA_6 \cdot z \cdot (\rho - r_n).$$

При цьому показник експоненти у виразі (17) відповідає значенню

$$\theta' = AA_6 \cdot \frac{\rho^2}{2} - AA_6 r_n \cdot \rho - AA_6 \frac{z^2}{2},$$

де AA_6 – постійна величина, що задається умовами тертя при контакті;

r_n – радіус, що визначає положення нейтрального перетину.

Підставляючи граничні умови на внутрішньому й зовнішньому радіусах, можна одержати значення постійних $C'_\sigma, C''_\sigma, AA_6$ і інші параметри.

На рис. 2, 3 представлено залежності відносних нормальних (14), (15) і дотичного напружень (13) на контакті по довжині зони деформації зі зміною коефіцієнта тертя, де K_0 – опір деформації в крайній точці зони деформації.

Видно, що епюри напружень якісно й кількісно збігаються з даними [1], [3]. При цьому необхідно відзначити деякі особливості рішення (13), (14), (15).

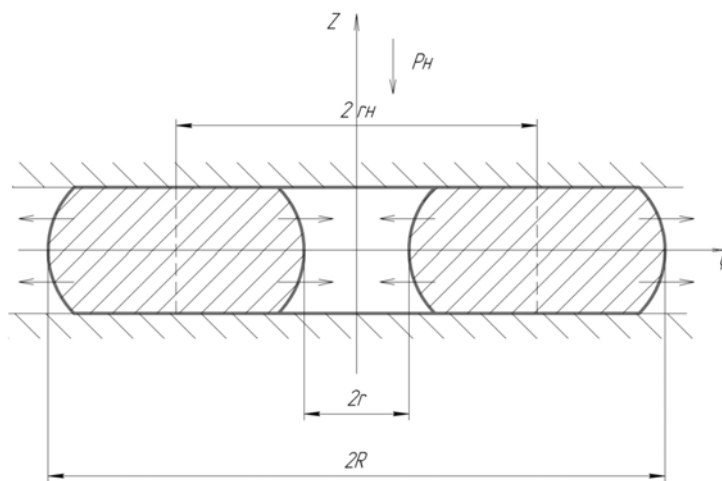


Рис. 1. Товстостінна труба, що осаджується в осьовому напрямку

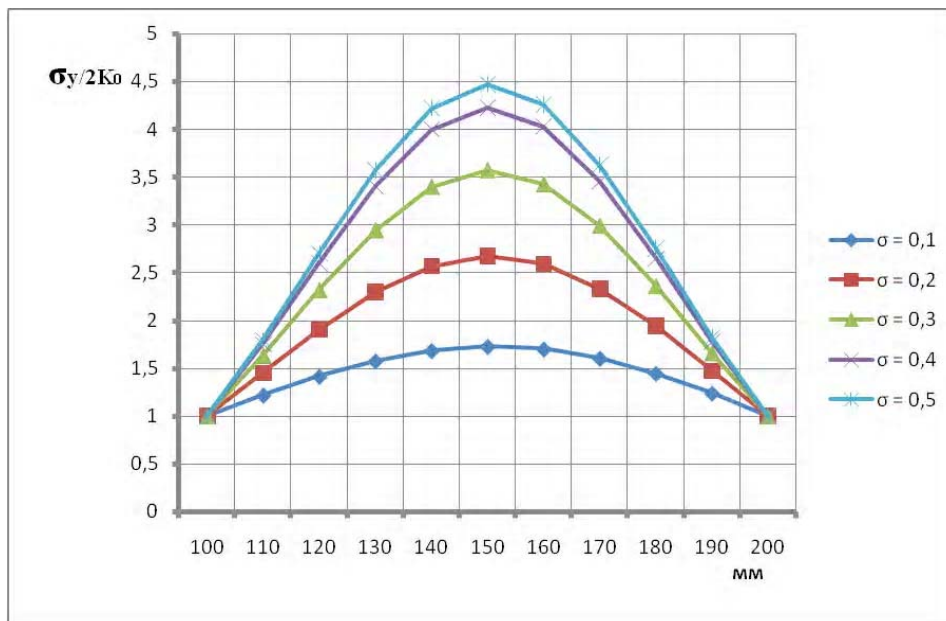


Рис. 2. Відносні нормальні напруження на контакті

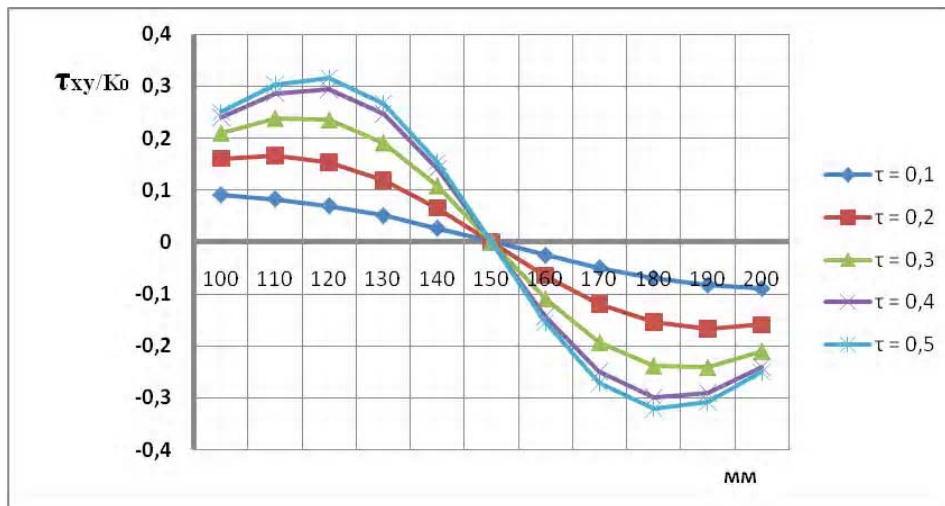


Рис. 3. Відносні дотичні напруження на контакті

По довжині стінки труби на контакті з'являється деяка асиметрія на околицях. Це пов'язано зі значенням функції H_{σ} (12). Наступною особливістю є те, що дотичне напруження в нейтральному перетині на контакті переходить через нуль, чого не можна сказати про рішення [1, 3], де позначений розрив по Амонтону і Зібелю. Крім цього існує можливість визначення напруженого стану в середині зони деформації. Можливий вплив на контактний тиск і напруження, в зоні формозміни, внутрішнього й зовнішнього тиску в осаджувальній трубі.

Висновки

Використовуючи метод гармонійних функцій, викладений у ряді робіт, отримано узагальнене рівняння рівноваги для осесиметричної плоскої задачі теорії пластичності в циліндричних координатах.

Вирішено в загальному виді диференціальне рівняння другого порядку в частинах похідних гармонійного типу, нелінійне неоднорідне, що дозволяє визначити дотичне напруження в кожній точці осередку деформації. Знайдені всі компоненти тензора напружень.

Аналіз отриманих виразів показав, що тригонометричний розподіл напруг у зоні пластичної формозмі-

ни дозволяє усунути протиріччя, пов'язані з використанням законів тертя Амонтона і Зібеля.

Розподіл контактних напружень при осадці труби якісно й кількісно відповідає відомим літературним даним.

Перелік посилань

1. Сторожев М. В. Теория обработки металлов давлением / М. В. Сторожев, Е. А. Попов. – М. : Машиностроение, 1977. – 422 с.
2. Соколовский В. В. Теория пластичности / В. В. Соколовский. – М. : Высшая школа, 1962. – 608 с.
3. Громов Н. П. Теория обработки металлов давлением / Н. П. Громов. – М. : Metallurgiya, 1978. – 359 с.
4. Смирнов В. С. Теория прокатки / В. С. Смирнов. – М. : Metallurgiya, 1967. – 460 с.
5. Тарновский И. Я. Течение металла при осадке толстостенных цилиндров / И. Я. Тарновский, А. А. Поздеев // Сб. трудов Уральского политехн. ин-та. – 1958. – № 64. – С. 104–112.
6. Chygyrny'skiy V. V. Analysis of the State of Stress of a Medium under Conditions of Inhomogeneous Plastic Flow / Chygyrny'skiy V. V., Mamuzic I., Bergeman G. V. // Metallurgija. Zagreb. – 2004. – Vol. 43, br. 2. – P. 87–93.
7. Тарновский И. Я. Теория обработки металлов давлением / И. Я. Тарновский, А. А. Поздеев, О. А. Ганаго. – М. : Metallurgizdat, 1963. – 673 с.

Одержано 08.07.2009

V. V. Chygyrny'skiy, S. A. Silenko, A. U. Matukhin

DECISION OF AN AXIS SYMMETRY FLAT PROBLEM OF THE THEORY OF PLASTICITY IN PRESSURE

Показано решение плоской осесимметричной задачи теории пластичности в аналитическом виде. Имеет место асимметричное распределение напряжений в зоне деформирования.

Ключевые слова: деформация, напряжение, осесимметрия, пластичность, сила, уравнение, контакт.

The decision of a plane axisymmetric problem of plasticity theory in analytical form is shown. There is an asymmetric distribution of stresses in the zone of deformation.

Key words: deformation, stress, axisymmetric, plasticity, force, equation, contact.