

III МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В МЕТАЛУРГІЇ ТА МАШИНОБУДУВАННІ

УДК 539.3

Богуславська А. М., канд. фіз.-мат. наук Клименко М. І., д-р техн. наук Гребенюк С. М.

Запорізький національний університет, м. Запоріжжя

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПОРОЖНИСТОГО ЦИЛІНДРА З КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ З ТРАНСТРОПНИМ ВОЛОКНОМ

Мета роботи. Отримати аналітичні співвідношення для визначення напружено-деформованого стану порожнистого циліндру із композиційного матеріалу з транстропним волокном при лінійному розподілу температури у радіальному напрямку.

Методи дослідження. Для розв'язання крайової задачі термопружності використовуються аналітичні методи розв'язання крайових задач. Враховуючи низку гіпотез, задачу зведено до вісесиметричної задачі плоскої деформації для ортотропного матеріалу, до розв'язання якої застосовано аналітичні методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. При врахуванні неоднорідної структури композиційного матеріалу використано метод представницького об'ємного елемента для гомогенізації термопружних властивостей композиту. При цьому неоднорідний волокнистий композиційний матеріал представляється однорідним транстропним матеріалом, механічні властивості якого є функцією механічних характеристик ізотропної матриці та транстропного волокна і об'ємного вмісту кожного з них у композиті.

Отримані результати. Розв'язано крайову задачу термопружності й визначено напружено-деформований стан порожнистого циліндру при сумісній дії внутрішнього тиску та температури, що лінійно розподілена по радіусу циліндра. Матеріал циліндру – композит з транстропним волокном та ізотропною матрицею. Армвання волокном відбувалося у трьох напрямках: радіальному, тангенціальному та осьовому.

Наукова новизна. Вперше отримані аналітичні співвідношення для напружень та переміщень порожнистого циліндру із композиційного матеріалу з транстропним волокном та ізотропною матрицею при сумісній дії внутрішнього тиску і лінійно розподіленої по радіусу циліндра температури. Представлено методику врахування у цих аналітичних співвідношеннях схеми розташування волокон у конструкції порожнистого циліндру.

Практична цінність. За допомогою отриманих аналітичних співвідношень проаналізовано напружено-деформований стан порожнистого циліндру із композиційного матеріалу з вуглецевими волокнами залежно від схеми армування волокнами та об'ємного вмісту волокна в композиті. Наведені аналітичні співвідношення можуть бути використані для визначення напружено-деформованого стану конструкцій у вигляді порожнистих циліндрів, а саме при проектуванні різних трубопроводів, які при експлуатації знаходяться в умовах температурного впливу та внутрішнього тиску. Описаний підхід дозволяє раціонально вибрати такі параметри, як розміри конструкції, схеми армування волокнами, матеріали матриці та волокна, об'ємний вміст матриці та волокна у композиційному матеріалі.

Ключові слова: задача термопружності, композиційний матеріал, матриця, волокно, ефективні термопружні характеристики, порожнистий циліндр, гомогенізація.

Вступ

Потреби сучасного машинобудування та будівництва вимагають розширення класу конструкційних матеріалів, що використовуються у цих галузях, та вдосконалення їх властивостей. Це супроводжується інтенсивним впровадженням композитів як таких матеріалів, одним з прикладів чого є використання труб, виготовлених з композитів, у теплових мережах, силових машинах тощо. Використання таких конструкційних елементів

потребує необхідності врахування зміни їх фізико-механічних властивостей під дією температурних полів, тому для розрахунку їх напружено-деформованого стану необхідно враховувати дію термонапружень. Для цього при розрахунках використовують коефіцієнти лінійного температурного розширення, які визначають здебільшого за допомогою наближених методів [1–3]. Особливості гомогенізації композитів при розв'язанні задач термопружності розглянуті у дослідженнях [4–6]. Так, у

[4] розглянуто застосування методу асимптотичного усереднення. Методи визначення локальних полів напружень у задачах термопружності для багатошарових композитів розглянуто у [7]. Математичні моделі для визначення коефіцієнтів лінійного теплового розширення та теплопровідності для металовуглецевих композитів запропоновані у [8]. Основні математичні методи розв'язання задач термопружності композитів регулярної структури розглянуто у [9]. Ефективні термопружні сталі для композитів стохастичної структури визначаються у [10]. У [11] розв'язуються задачі термопружності для оболонкових конструкцій з композиційних матеріалів. У публікаціях [12, 13] висвітлюються методи розв'язання квазістатичних, динамічних та зв'язаних задач термопружності.

Температурна задача для порожнистого циліндра з композиційного матеріалу

Розглянемо порожнистий циліндр з волокнистого композиту. Розв'яжемо температурну вісесиметричну задачу за умов плоскої деформації. Вважатимемо, що зовнішня поверхня циліндра защемлена, а сам циліндр знаходиться під внутрішнім тиском. Загальний аналітичний розв'язок плоскої задачі теорії пружності для однорідного ортотропного матеріалу наведено в роботі [14].

Отримаємо розв'язок температурної задачі для однорідного ортотропного матеріалу за умови, що температура $T(r)$ лінійно залежить від радіальної координати:

$$T(r) = \frac{T_2 - T_1}{r_2 - r_1} \cdot (r - r_1) + T_1,$$

де r_1, r_2 – внутрішній та зовнішній радіус циліндра, T_1, T_2 – значення температури на внутрішній та зовнішній поверхнях циліндра відповідно.

Рівняння рівноваги у цьому випадку зводяться до одного звичайного диференційного рівняння, що містить радіальне та тангенціальне напруження σ_r та σ_θ :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (1)$$

Для вісесиметричної задачі з ортотропного матеріалу з урахуванням впливу температури $T(r)$ ці компоненти напруження згідно з законом Гука запишемо у вигляді:

$$\sigma_r = \frac{E_r \varepsilon_r + E_\theta \nu_{r\theta} \varepsilon_\theta}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}} - \frac{T(r) \cdot (E_r \alpha_r + E_\theta \nu_{r\theta} \alpha_\theta)}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}}, \quad (2)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E_r \nu_{\theta r} \varepsilon_r + E_\theta \varepsilon_\theta}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}} - \frac{T(r) \cdot (E_r \nu_{\theta r} \alpha_r + E_\theta \alpha_\theta)}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}}, \quad (3)$$

де α_r, α_θ – температурні коефіцієнти лінійного розширення, E_r, E_θ – модулі пружності першого роду відповідно у радіальному та тангенціальному напрямках. Відпо-

відно, $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ – лінійні деформації ортотропного матеріалу у цих напрямках; $\nu_{r\theta}, \nu_{\theta r}$ – коефіцієнти Пуассона.

Рівняння рівноваги (1) з урахуванням співвідношень Коші:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r},$$

а також формул (2), (3) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} E_r \frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{E_r}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{E_\theta}{r^2} u_r = \\ = \frac{dT}{dr} (E_r \alpha_r + E_\theta \nu_{r\theta} \alpha_\theta) + \\ + \frac{T(r) (E_r \alpha_r (1 - \nu_{\theta r}) - E_\theta \alpha_\theta (1 - \nu_{r\theta}))}{r}. \end{aligned} \quad (4)$$

Оскільки розподіл температури лінійно залежить від радіуса циліндра, то розв'язок цього лінійного неоднорідного диференціального рівняння запишеться у вигляді:

$$u_r = Ar \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}} + B / r \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}} + \psi r^2 + \chi r, \quad (5)$$

де

$$\psi = \frac{(E_r \alpha_r (2 - \nu_{\theta r}) - E_\theta \alpha_\theta (1 - 2\nu_{r\theta}))}{4E_r - E_\theta} \cdot \frac{T_2 - T_1}{r_2 - r_1},$$

$$\chi = \frac{(E_r \alpha_r (1 - \nu_{\theta r}) - E_\theta \alpha_\theta (1 - \nu_{r\theta}))}{E_r - E_\theta} \cdot \left(T_1 - \frac{(T_2 - T_1)r_1}{r_2 - r_1} \right).$$

Визначимо сталі A та B , використовуючи граничні умови:

$$\sigma_r(r_1) = -q, \quad (6)$$

$$u_r(r_2) = 0, \quad (7)$$

де q – внутрішній тиск.

З рівності (6) маємо:

$$\begin{aligned} B = \frac{q(1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r})r_1 \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r} + 1}}{(\sqrt{E_r E_\theta} - E_\theta \nu_{r\theta})} + \frac{Ar_1^2 \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}} \left(\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}} + \nu_{\theta r} \right)}{\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r} - \nu_{\theta r}}} + \\ + \frac{r_1 \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r} + 1} (\chi(1 + \nu_{\theta r}) - (kr_1 + b)(\alpha_r + \nu_{\theta r} \alpha_\theta))}{\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r} - \nu_{\theta r}}} + \\ + \frac{\psi r_1 \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r} + 2}}{\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r} - \nu_{\theta r}}}. \end{aligned}$$

Підставивши отриманий вираз у рівняння (7), знаходимо:

$$A = \frac{-qr_1 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 1} (1 - v_{r\theta} v_{\theta r})}{r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} (\sqrt{E_r E_0} - E_0 v_{r\theta}) + r_1 \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} (\sqrt{E_r E_0} + E_0 v_{r\theta})} - \frac{r_1 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 1} (\chi(1 + v_{\theta r}) - (kr_1 + b)(\alpha_r + v_{\theta r} \alpha_\theta)) + \psi r_1 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 2} (2 + v_{\theta r})}{r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} \left(\sqrt{\frac{E_0}{E_r}} - v_{\theta r} \right) + r_1 \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} \left(\sqrt{\frac{E_0}{E_r}} + v_{\theta r} \right)} - \frac{\left(\psi r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 2} + \chi r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 1} \right) \left(\sqrt{\frac{E_0}{E_r}} - v_{\theta r} \right)}{r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} \left(\sqrt{\frac{E_0}{E_r}} - v_{\theta r} \right) + r_1 \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} \left(\sqrt{\frac{E_0}{E_r}} + v_{\theta r} \right)}$$

Оскільки з (7) також впливає, що

$$B = -Ar_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} - \psi r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 2} - \chi r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 1},$$

то в результаті маємо:

$$u_r = A \left(r \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} - r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} / r \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} \right) + \psi \left(r^2 - r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 2} / r \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} \right) + \chi \left(r - r_2 \sqrt{\frac{E_0}{E_r} + 1} / r \sqrt{\frac{E_0}{E_r}} \right). \quad (8)$$

При розв'язанні задач механіки композитів у більшості випадків неоднорідний композиційний матеріал моделюється однорідним трансверсально-ізотропним матеріалом з площиною ізоτροпії, перпендикулярною напрямку волокна, тому визначимо термопружні сталі для такого матеріалу.

Повздовжній модуль E_1 , поперечний модуль E_2 та коефіцієнти Пуассона ν_{12} , ν_{23} визначаються співвідношеннями [16]:

$$\nu_{12} = \frac{(\alpha - 2\beta v_{12}^\circ) \nu_{12}^* + 2E_2^\circ f (v_{12}^\circ - v_{12}^*)}{\alpha - 2\beta v_{12}^\circ + 2f \nu_{21}^* E_2^\circ (v_{12}^\circ - v_{12}^*)}, \quad (9)$$

$$E_1 = \frac{(\alpha - 2v_{12}^\circ \beta) E_1^* (1 - f) + (\alpha - 2v_{12}^* \beta) E_1^\circ f}{\alpha - 2\beta v_{12}^\circ + 2f \nu_{21}^* E_2^\circ (v_{12}^\circ - v_{12}^*)}, \quad (10)$$

$$E_2 = \frac{2\alpha E_2^*}{(\alpha(1 + v_{23}^*) + 4(\gamma - 2E_2^*) (1 - v_{21}^* v_{12}^*) (f\chi_1 + \chi_2)) + \delta + \eta_1 \eta_2}, \quad (11)$$

$$\nu_{23} = \frac{(\alpha(1 + v_{23}^*) + 4(\gamma - 2E_2^*) (1 - v_{21}^* v_{12}^*) (f\chi_1 + \chi_2)) - (\delta + \eta_1 \eta_2)}{(\alpha(1 + v_{23}^*) + 4(\gamma - 2E_2^*) (1 - v_{21}^* v_{12}^*) (f\chi_1 + \chi_2)) + (\delta + \eta_1 \eta_2)}, \quad (12)$$

де

$$\alpha = E_2^* (1 - f) (1 - v_{23}^\circ) + E_2^\circ (f (1 - v_{23}^*) + (1 + v_{23}^*)),$$

$$\beta = v_{21}^\circ E_2^* (1 - f) + v_{21}^* f E_2^\circ, \quad \gamma = E_2^* (1 - v_{23}^\circ) + E_2^\circ (1 + v_{23}^*),$$

$$\delta = f (1 + v_{23}^*) (\gamma - 2E_2^\circ) + \gamma (1 - v_{23}^*),$$

$$\eta_1 = 2E_1^\circ E_1^* (f - 1) \cdot f (v_{21}^* \gamma - 2v_{21}^\circ E_2^*),$$

$$\eta_2 = 1 / (E_2^* (\alpha (E_1^\circ f + E_1^* (1 - f))) - 2\beta (v_{12}^* E_1^\circ f + v_{12}^\circ E_1^* (1 - f))),$$

$$\chi_1 = \frac{(d_{11} - d_{21})}{d_{11} d_{22} - d_{21} d_{12}}, \quad \chi_2 = \frac{(d_{22} - d_{12})}{d_{11} d_{22} - d_{21} d_{12}},$$

$$d_{11} = E_2^\circ ((4f - 3 - 1/f^2) (1 + v_{23}^*) - 4f (1 - v_{21}^* v_{12}^*)) - E_2^* ((4f - 1/f^2 - 3) (1 + v_{23}^\circ) + 4(1/f^2 - f) (1 - v_{21}^\circ v_{12}^\circ)),$$

$$d_{12} = E_2^\circ ((1/f - f) (1 + v_{23}^*) - 4(1 - v_{21}^* v_{12}^*)) - E_2^* ((1/f - f) (1 + v_{23}^\circ) + 4(1 - 1/f) (1 - v_{21}^\circ v_{12}^\circ)),$$

$$d_{21} = E_2^\circ (4f (1 - v_{21}^* v_{12}^*) + (2f + 1/f^2 - 3) (1 + v_{23}^*)) - E_2^* ((2f + 1/f^2 - 3) (1 + v_{23}^\circ) + 4(f - 1/f^2) (1 - v_{21}^\circ v_{12}^\circ)),$$

$$d_{22} = E_2^\circ ((2 - f - 1/f) (1 + v_{23}^*) - 4(1 - v_{21}^* v_{12}^*)) - E_2^* ((2 - f - 1/f) (1 + v_{23}^\circ) + 4(1/f - 1) (1 - v_{21}^\circ v_{12}^\circ)).$$

Тут символом $^\circ$ позначено термопружні сталі, які відносяться до матеріалу волокна, а символом * – до матеріалу матриці.

Температурні коефіцієнти лінійного розширення композиту розрахуємо за формулами [17]:

$$\alpha_{11} = \frac{\gamma f d^*}{(d^\circ + f(d^* - d^\circ))(d_1 - d_2)} + \frac{2f E_2^\circ v^* (\alpha_{22}^\circ - \alpha^*)}{d_1 - d_2} + \alpha^*,$$

$$\alpha_{22} = - \frac{\gamma f}{(d_1 - d_2) (d^\circ + f(d^* - d^\circ))} \times$$

$$\times \left(2v_{21}^\circ (1 - f) + \frac{v^* (2f E_2^\circ + d_1 - d_2)}{E^*} \right) + \frac{2f E_2^\circ}{d_1 - d_2} (\alpha^* - \alpha_{22}^\circ) + \alpha^*, \quad (13)$$

де

$$\gamma = \frac{2v_{21}^\circ d_1 (\alpha_{22}^\circ - \alpha^*)}{(1 - v_{23}^\circ)} + (d_1 - d_2) \alpha_{11}^\circ +$$

$$+ 2v_{21}^* f E_2^\circ (\alpha^* - \alpha_{22}^\circ) - \alpha^* (d_1 - d_2),$$

$$d_1 = E^*(f-1)(1-v_{23}^\circ), \quad d_2 = E_2^*(f(1-v^*) + (1+v^*)),$$

$$d^\circ = \left(E^*(f-1)(1-v_{23}^\circ - 2v_{12}^\circ v_{21}^\circ) - E_2^*(f(1-v^* - 2v_{12}^\circ v^*) + (1+v^*)) \right) / E_1^\circ$$

$$d^* = \left(E^*(f-1)(1-v_{23}^\circ - 2v^* v_{21}^\circ) - E_2^*(f(1-v^* - 2(v^*)^2) + (1+v^*)) \right) / E^*$$

Враховуючи, що на практиці можливі різні схеми армування волокнами, розглянемо цю задачу для таких вісесиметричних випадків:

- армування в тангенціальному напрямі, тоді у формулі (8) необхідно прийняти $E_r = E_2$, $E_\theta = E_1$,

$v_{r\theta} = v_{21}$, $v_{\theta r} = v_{12}$, $\alpha_r = \alpha_2$, $\alpha_\theta = \alpha_1$;

- армування в осьовому напрямі, тоді у формулі (8) необхідно прийняти $E_r = E_2$, $E_\theta = E_3$, $v_{r\theta} = v_{23}$,

$v_{\theta r} = v_{32}$, $\alpha_r = \alpha_2$, $\alpha_\theta = \alpha_3$;

- армування в радіальному напрямі, тоді у формулі (8) необхідно прийняти $E_r = E_1$, $E_\theta = E_2$, $v_{r\theta} = v_{12}$, $v_{\theta r} = v_{21}$.

Отримаємо розв'язок задачі для композитних матеріалів на основі вуглецевих волокон [15]. Механічні характеристики волокна: модуль пружності $E_1^\circ = 225,63$ ГПа, $E_2^\circ = 7,55$ ГПа, коефіцієнти Пуассона $v_{12}^\circ = 0,3$, $v_{21}^\circ = \frac{v_{12}^\circ \cdot E_2^\circ}{E_1^\circ}$, $v_{23}^\circ = 0,2$, температурні кое-

фіцієнти лінійного розширення $\alpha_{11}^\circ = 0,5 \cdot 10^{-6} (^\circ C)^{-1}$,

$\alpha_{22}^\circ = \alpha_{33}^\circ = 19 \cdot 10^{-6} (^\circ C)^{-1}$. Механічні характеристики

матриці: модуль пружності $E_1^* = E_2^* = 3$ ГПа, коефіцієнти Пуассона $v_{12}^* = v_{21}^* = v_{23}^* = 0,35$, температурні коефіцієнти лінійного розширення

$\alpha_{11}^* = \alpha_{22}^* = \alpha_{33}^* = 45 \cdot 10^{-6} (^\circ C)^{-1}$.

Внутрішній радіус циліндра прийемо рівним $r_1 = 0,1$ м, зовнішній – $r_2 = 0,15$ м, внутрішній тиск $q = 0,2$ МПа, температура $T_1 = 100$ °С та $T_2 = 20$ °С. Знайшовши пружні сталі композиту за формулами (9)–(13) та скориставшись формулою (8), отримаємо залежності для різних типів армування.

На рис. 1 зображено графіки залежностей $u_r(r)$ для різних значень об'ємного вмісту f волокна у композиті при армуванні композиту волокном у тангенціальному напрямі. Аналогічні графіки для осьового та радіального армування наведені відповідно на рис. 2. та рис. 3.

З аналізу розв'язків трьох вісесиметричних задач для різних схем армування волокнами – у вісєвому, радіальному та тангенціальному напрямі – можна зазначити, що максимальне деформування циліндру відбувається при радіальному армуванні, а мінімальне – при

тангенціальному. Збільшення об'ємного вмісту волокна, більш жорсткого порівняно з матрицею, при всіх трьох схемах армування зменшує величину деформацій у по-рожнистому циліндрі.

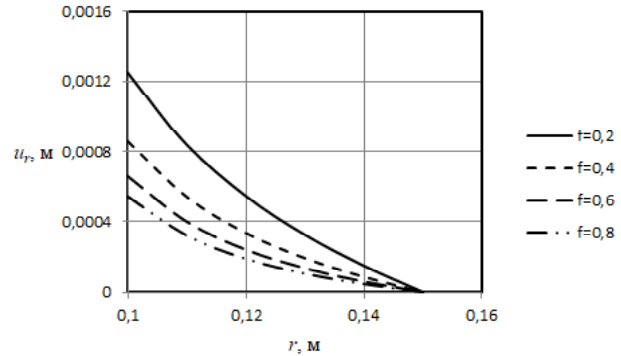


Рис. 1. Розподіл радіальних переміщень u_r залежно від об'ємного вмісту волокна f при тангенціальному армуванні

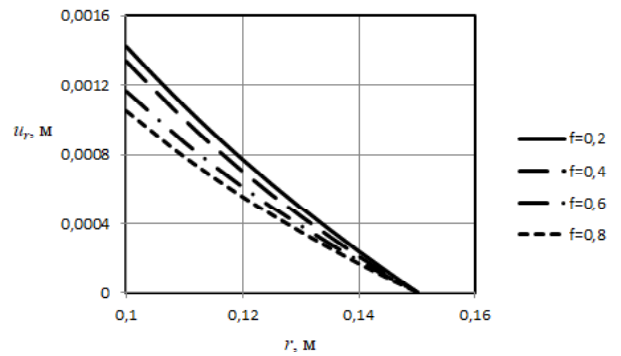


Рис. 2. Розподіл радіальних переміщень u_r у залежності від об'ємного вмісту волокна f при армуванні вздовж осі

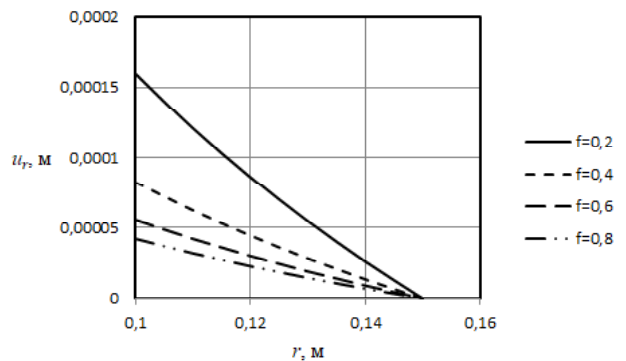


Рис. 3. Розподіл радіальних переміщень u_r у залежності від об'ємного вмісту волокна f при радіальному армуванні

Використовуючи закон Гука (2), (3) з урахуванням формули (8) та співвідношень Коші, отримаємо залежність радіального та тангенціального напружень при різних схемах армування залежно від об'ємного вмісту волокна в композиті, що зображені на рис. 4–9 відповідно.

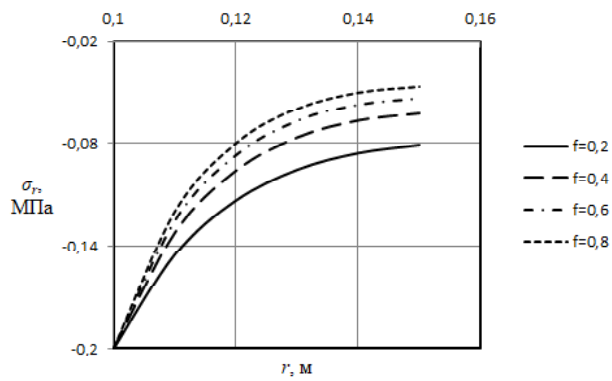


Рис. 4. Розподіл σ_r при тангенціальному армуванні

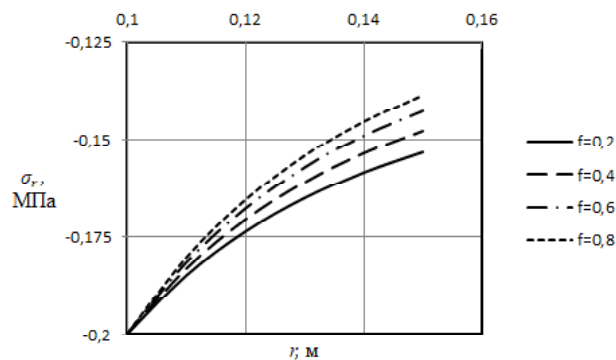


Рис. 5. Розподіл σ_r при армуванні вздовж осі

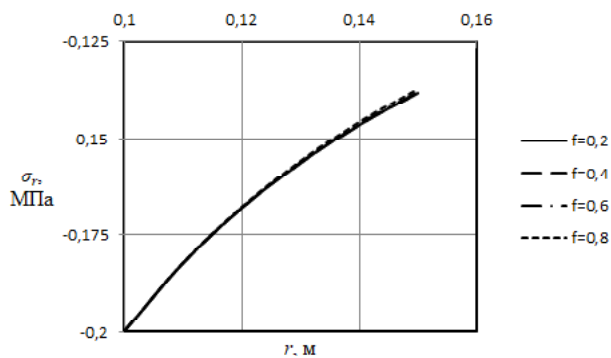


Рис. 6. Розподіл σ_r при радіальному армуванні

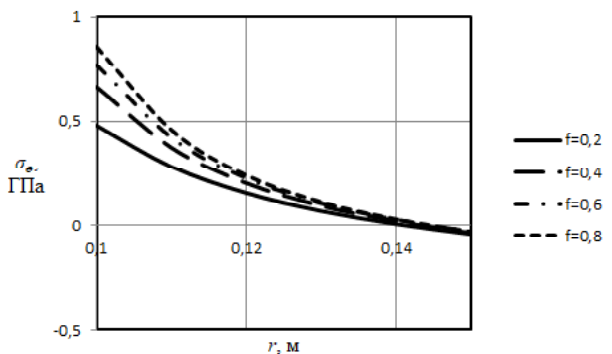


Рис. 7. Розподіл σ_θ при тангенціальному армуванні

Можна зазначити, що при радіальному армуванні радіальні напруження практично не залежать від вмісту волокна у композиті, а при тангенційному та вісєвому армуванні при збільшенні об'ємного вмісту волокна стискаючі радіальні напруження зменшуються.

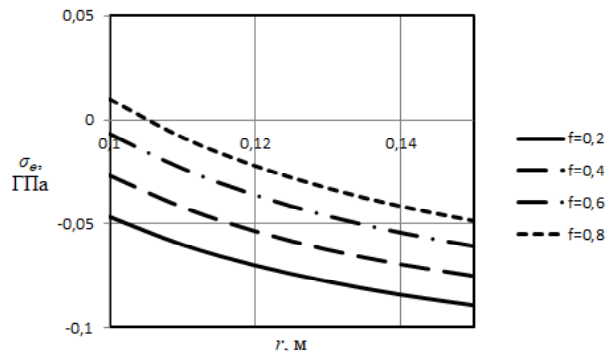


Рис. 8. Розподіл σ_θ при армуванні вздовж осі

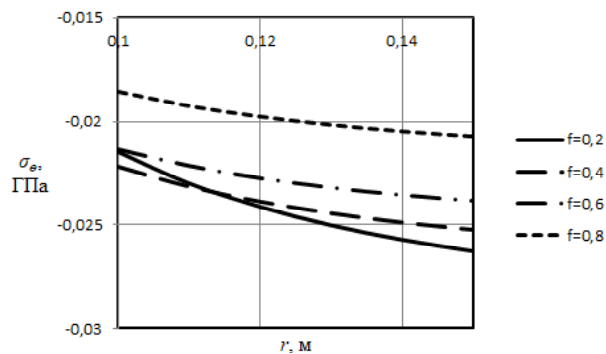


Рис. 9. Розподіл σ_θ при радіальному армуванні

Висновки

Отже, отримано аналітичний розв'язок задачі про напружено-деформований стан порожнистого циліндра з волокнистого композиту при дії температурного та силового навантаження. Результати можуть бути використані при розрахунку труб у теплових мережах, а також різноманітних конструкційних елементів силових установок у вигляді порожнистих циліндрів, що знаходяться під дією температурних полів.

Список літератури

1. Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Кристенсен Р. – М. : Мир, 1982. – 336 с.
2. Зарубин В. С. Оценка методом самосогласования температурного коэффициента линейного расширения с дисперсными включениями / Зарубин В. С., Кувыркин Г. И., Савельева И. Ю. // Наука и образование. – 2015. – № 2. – С. 197–215.
3. Тарнопольский Ю. М. Пространственно-армированные композиционные материалы / Тарнопольский Ю. М., Жигун И. Г., Поляков В. А. – М. : Машиностроение, 1987. – 223 с.
4. Димитриенко Ю. И. Численное моделирование теплового расширения композиционных материалов на осно-

- ве метода асимптотического осреднения / Димитриенко Ю. И., Губарева Е. А., Сборщиков С. В. // Инженерный журнал : наука и инновации. Выпуск 12. 2015. URL: <http://engjournal.ru/catalog/msm/pmcm/1452.html>. (Дата звернення: 15.11.2017)
5. Димитриенко Ю. И. Конечно-элементный метод для вычисления эффективных характеристик пространственно-армированных композитов / Димитриенко Ю. И., Кашкаров А. И. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. – 2002. – № 2. – С. 95–108.
 6. Победря Б. Е. Механика композиционных материалов / Победря Б. Е. – М. : Изд-во МГУ, 1984. – 336 с.
 7. Лурье С. А. Градиентная модель термоупругости для слоистой композитной структуры / Лурье С. А., Дудченко А. А., Нгуен Д. К. // Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск 75. URL: www.mai.ru/science/trudy. (Дата звернення: 14.11.2017)
 8. О прогнозировании коэффициентов теплопроводности и линейного теплового расширения многокомпонентных композитов / Скачков В. А., Баглюк Г. А., Веденникова О. С., Иванов В. И. // Проблемы трибологии. – 2012. – № 2. – С. 108–111.
 9. Бардзокас Д. И. Математическое моделирование физических процессов в композиционных материалах периодической структуры / Бардзокас Д. И., Зобнин А. И. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 376 с.
 10. Статистическая механика и эффективные свойства материалов / Хорошун Л. П., Маслов Б. П., Шикла Е. И., Назаренко Л. В. // Т. 3. Механика композитов. – К. : Наукова думка, 1993. – 390 с.
 11. Белозеров Л. Г. Композитные оболочки при силовых и температурных воздействиях / Белозеров Л. Г., Киреев В. А. – М. : Физматлит, 2003. – 388 с.
 12. Карнаузов В. Г. Связанные задачи термоупругости / Карнаузов В. Г. – К. : Наукова думка, 1982. – 260 с.
 13. Коваленко А. Д. Термоупругость / Коваленко А. Д. – К. : Вища школа, 1975. – 215 с.
 14. Киричевский В. В. Метод конечных элементов в механике эластомеров / Киричевский В. В. – К. : Наук. думка, 2002. – 655 с.
 15. Крегерс А. Ф. Математическое моделирование термического расширения пространственно армированных композитов / Крегерс А. Ф. // Механика композит. материалов. – 1988. – № 3. – С. 433–441.
 16. Гребенюк С. М. Напряжено-деформирований стан просторових конструкцій на основі гомогенізації волокнистих композитів : автореф. дис. д-ра техн. наук : спец. 01.02.04 «Механіка деформівного твердого тіла» / С. М. Гребенюк. – Запоріжжя, 2016. – 35 с.
 17. Клименко М. И. Термомеханические характеристики волокнистого композиционного материала с изотропной матрицей и трансверсально-изотропным волокном // Клименко М. И., Гребенюк С. Н., Богуславская А. М. // Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки. – 2017. – № 1. – С. 179–189.

Одержано 14.05.2018

Богуславская А. М., Клименко М. И., Гребенюк С. Н. Определение напряженно-деформированного состояния полого цилиндра из композиционного материала с трансропным волокном

Цель работы. *Получить аналитические соотношения для определения напряженно-деформированного состояния полого цилиндра из композиционного материала с трансропным волокном при линейном распределении температуры в радиальном направлении.*

Методы исследования. *Для решения краевой задачи термоупругости используются аналитические методы решения краевых задач. С учетом ряда гипотез задача сведена к осесимметричной задаче плоской деформации для ортотропного материала, для решения которой использовались аналитические методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. При учете неоднородной структуры композиционного материала применялся метод представительного объемного элемента для гомогенизации термоупругих свойств композита. При этом неоднородный волокнистый композиционный материал представляется однородным трансропным материалом, механические свойства которого являются функцией механических характеристик изотропной матрицы и трансропного волокна и объемного содержания каждого из них в композите.*

Полученные результаты. *Получено решение краевой задачи термоупругости и определено напряженно-деформированное состояние полого цилиндра при совместном действии внутреннего давления и температуры, что линейно распределена по радиусу цилиндра. Материал цилиндра – композит с трансропным волокном и изотропной матрицей. Армирование волокном проводилось в трех направлениях: радиальном, тангенциальном и осевом.*

Научная новизна. *Впервые получены аналитические соотношения для напряжений и перемещений полого цилиндра из композиционного материала с трансропным волокном и изотропной матрицей при совместном действии внутреннего давления и линейно распределенной по радиусу цилиндра температуры. Представлено методика учета в этих аналитических соотношениях схемы расположения волокон в конструкции полого цилиндра.*

Практическая ценность. *С помощью полученных аналитических соотношений проанализировано напряженно-деформированное состояние полого цилиндра из композиционного материала с углеродными волокнами в зависимости от схемы армирования волокнами и объемного содержания волокна в композите. Приведенные аналитические соотношения могут быть использованы для определения напряженно-деформированного состояния конструкций в виде полых цилиндров, а именно при проектировании разных трубопроводов, находящихся при эксплуатации в условиях температурного влияния и внутреннего давления.*

Описанный подход позволяет рационально подбирать такие параметры, как размеры конструкции, схемы армирования волокнами, материалы матрицы и волокна, объемное содержание матрицы и волокна в композиционном материале.

Ключевые слова: задача термоупругости, композиционный материал, матрица, волокно, эффективные термоупругие характеристики, полый цилиндр, гомогенизация.

Boguslavsk A., Klymenko M., Grebeniuk S. Determination of the stress-strained state of the hollow cylinder made of the composite material with the transtropic fiber

Purpose. *To obtain analytical correlations for determination of the stress-strained state of the hollow cylinder made of the composite material with the transtropic fiber when linear temperature distributing in radial direction.*

Methods of investigation. *Analytical methods of the boundary-value problems are used for the solution of the boundary-value problem of thermoelasticity. Taking into account a number of hypotheses the problem is brought to the axisymmetric problem of the flat deformation for orthotropic material. For solution of this problem analytical methods of the boundary-value problems for usual differential equations are used. While considering heterogeneous structure of the composite material a method of representative volume element for homogenization of thermoelastic composite's characteristics is used. In so doing heterogeneous fibrous composite material is represented by homogeneous transtropic material having mechanical characteristics that are the function of the mechanical feature of isotropic matrix and transtropic fiber and of the volume content of each of them in the composite.*

Results. *The boundary-value problem of thermoelasticity is solved, and the stress-strained state of the hollow cylinder under combined influence of the internal pressure and temperature linearly dispersed through the cylinder radius, is determined. The material of the cylinder is the composite of the transtropic fiber and isotropic matrix. Fiber arming was made in three directions: radial, tangential, and axial.*

Scientific novelty. *For the first time, analytical correlations for tensions and shifts of the hollow cylinder of the composite material with transtropic fiber and isotropic matrix under combined influence of the internal pressure and temperature linearly dispersed through the cylinder radius. The methodic of consideration of the fiber placing scheme in the construction of the hollow cylinder is represented.*

Practical value. *Using obtained analytical correlations the stress-strained state of the hollow cylinder made of the composite material with the carbonic fibers is analyzed in dependency on the scheme of the arming with fibers and volume content of the fiber in the composite. The given analytical correlations can be used on determination of the stress-strained state of the constructions in the form of hollow cylinders, notably while projecting pipelines which during their exploitation are under conditions of temperature influence and internal pressure. The described approach allows efficiently choose such operation factors as sizes of a construction, schemes of the arming with fibers, materials of a matrix and fiber, volume content of a matrix and fiber in a composite material.*

Key words: *problem of thermoelasticity, composite material, matrix, fiber, temperature coefficients of linear expansion, hollow cylinder, homogenization.*

ОСОБЛИВОСТІ МЕХАНІКИ ПОДРІБНЕННЯ ГРУНТОВОГО ШАРУ ПРИБРОБЦІ ЙОГО ЗУБЧАСТИМ РОБОЧИМ ОРГАНОМ

Мета роботи. Чорноземи України є однією з найбільших коштовностей держави та її стратегічним ресурсом. Якість та родючість ґрунтів значною мірою залежать від способу обробки та від конструктивних особливостей оброблювального інструменту. З метою інтенсифікації процесу, підвищення якості, зниження енергозатрат при обробці ґрунту запропоновано конструкцію зубчастого робочого органу (ЗРО). Поставлено задачу випробувати працездатність нового ЗРО, дослідити механіку подрібнення ґрунту при обробці його зубчастим робочим органом та розробити моделі взаємодії ґрунту з поверхнями зубців робочого органу.

Методи дослідження. Розроблено математичні моделі механіки подрібнення ґрунту при його обробці зубчастим робочим органом. Процес подрібнення складається з двох послідовних фаз. У першій фазі шар ґрунту руйнується при проходженні лобної поверхні інструмента, яка виконана по логарифмічній спіралі. Руйнування ґрунтового пласта в першій фазу залежить від швидкості руху машини та від характерного кута логарифмічної спіралі, по якій виконана лобова поверхня ЗРО. Далі шар подрібнюється на хвилястій поверхні синусного циліндра. Після подрібнення на лобовій поверхні ЗРО ґрунт потрапляє на хвилясту поверхню вже значно розпушеним. При цьому пласт отримує деформації перегину на синусній поверхні, що додатково і більш якісно руйнує цілісність і подрібнює пласт ґрунту за рахунок почергових деформацій розтягування (розриву) та стиску, викликаних впадинами та виступами синусної поверхні ЗРО. Комбінація спіральної та синусної поверхні зубчастого робочого органу забезпечує високу якість та енергоефективність обробки ґрунту.

Наукова новизна. Враховуючи сучасні аграрні реалії та перспективи України, обробка ґрунту новим зубчастим інструментом із комбінованими робочими поверхнями у вигляді логарифмічної спіралі та синусного циліндра є часним, актуальним та новим напрямом в сільськогосподарській науці.

Практична цінність. Руйнування ґрунтового пласта при обробці його наявними робочими органами в основному відбувається внаслідок деформацій розриву із зсувом. При обробці пропонованим зубчастим робочим органом за рахунок копіювання складного профілю робочої поверхні ЗРО додатково в ґрунті виникають напруження стиску, розтягу та згину. Неоднорідне поле деформацій сприяє високій якості подрібнення пласта під час обробки ґрунту з мінімальними енергозатратами.

Ключові слова: обробка ґрунту, зубчастий робочий орган (ЗРО), логарифмічна спіраль, лобова поверхня, хвиляста поверхня, синусний циліндр.

Якість обробки ґрунту та енерговитрати при цьому значною мірою залежать від типу робочого органу. З метою інтенсифікації процесу, підвищення якості, зниження енергозатрат при обробці ґрунту запропоновано конструкцію зубчастого робочого органу (ЗРО), яка детально розглянута в роботі [1]. У запропонованому ЗРО лобова поверхня виконана за логарифмічною спіраллю, наступна поверхня – хвилястою. На кожній із зазначених поверхонь процеси подрібнення ґрунту при його різанні ЗРО різні.

Розглянемо першу фазу процесу – рух пласта ґрунту по лобовій поверхні ЗРО, яка виконана за логарифмічною спіраллю

$$r_i = r_0 \cdot e^{\alpha \cdot t g \varphi},$$

де α – поточний кут логарифмічної спіралі, рад;

φ – кут внутрішнього тертя ґрунту, рад.

Спіральна поверхня інструменту побудована з урахуванням фізико-механічних властивостей ґрунту і глибини його обробки.

Руйнування пласта робочим органом, відбувається при умові

$$N \geq [N_0],$$

де $[N_0]$ – гранична сила нормального тиску ґрунту на робочу поверхню інструменту, Н.

У місцях концентрації граничної нормальної реакції ґрунту утворюються тріщини, що відповідають деформації розриву.

Для визначення нормальної складової реакції ґрунту скористаємося схемою (рис. 1).

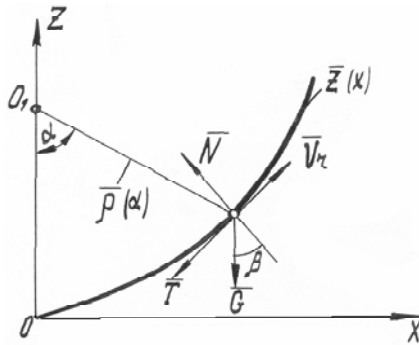


Рис. 1. Схема руху ґрунту по лобовій поверхні робочого органу

Рух елементів пласта ґрунту вгору по лобовій поверхні ЗРО можна моделювати як рух матеріальних точок по шорсткій поверхні [2]. Для визначення швидкості відносного руху ґрунту складемо рівняння рівноваги в природній системі координат, застосовуючи принцип Д'аламбера

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dv_r}{dt} &= -T - G \sin(\alpha - \beta) \\ N &= G \cos(\alpha - \beta) + m \frac{v_r^2}{\rho(\alpha)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де m – маса ґрунту, яка знаходиться на лобовій поверхні та визначається через

- $m = \gamma \cdot V$, кг;
- V – об'єм ґрунту, m^3 ;
- γ – щільність ґрунту, $кг/м^3$;
- $T = fN$ – сила тертя ґрунту по інструменту, кН;
- f – коефіцієнт тертя ґрунту по сталі;
- $\rho(\alpha)$ – радіус кривизни робочої поверхні ЗРО, м;
- v_r – швидкість ковзання ґрунту по робочій поверхні, м/с.

Визначимо відносну швидкість руху пласта з рівняння (1)

$$m \frac{dv_r}{dt} = \left[mg \cos(\alpha - \beta) + \frac{mv_r^2}{\rho(\alpha)} \right] f - mg \sin(\alpha - \beta). \quad (2)$$

Замінивши $dt = \frac{\rho(\alpha)d\alpha}{v_r}$ та позначивши $v_r^2 = y$, отримаємо рівняння

$$\frac{dy}{d\alpha} + 2yf = 2g\rho(\alpha)[f \cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha - \beta)] \quad (3)$$

Інтегруємо рівняння з початковими умовами $\alpha = 0$ та $v_r = v$, де v – швидкість руху робочого органу, м/с.

Позначивши праву частину рівняння (3) через $\Phi(\alpha)$, отримаємо залежність

$$\frac{dy}{d\alpha} + 2yf = \Phi(\alpha), \quad (4)$$

Яка є лінійним неоднорідним рівнянням, що розраховується методом довільної сталої

$$y' + 2fy = 0; \quad y = ce^{2f\alpha},$$

де $c = c(\alpha)$ – довільна стала.

Подальші перетворення

$$y' = c'e^{-2f\alpha} - 2fc'e^{-2f\alpha}.$$

Дозволяють отримати зручне рівняння

$$\frac{dc}{d\alpha} \cdot e^{-2f\alpha} = 2g\rho(\alpha)[f \cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha - \beta)].$$

Звідки

$$c = 2g \int \rho(\alpha)e^{-2f\alpha}[f \cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha - \beta)]d\alpha, \quad (5)$$

де $\rho(\alpha) = a \cdot e^{k\alpha}$ – логарифмічна спіраль.

Після підстановки в рівняння (5) маємо

$$c = 2ga \left\{ f \frac{e^{k+2f}}{(k+2f)^2 + 1} \left[\cos(\alpha - \beta)(k+2f-1) + \sin(\alpha - \beta)\left(\frac{k}{f} + 3\right) \right] \right\} + c_1,$$

де $k = \text{tg}\varphi$ – коефіцієнт внутрішнього тертя ґрунту.

Враховуючи початкові умови $c(0) = v_m^2$, де v_m – швидкість машини, запишемо

$$v_m^2 = c_1 + 2ga \left\{ \frac{fe^{k+2f}}{(k+2f)^2 + 1} \left[\cos\beta(k+2f-1) - \sin\beta\left(\frac{k}{f} + 3\right) \right] \right\};$$

$$c_1 = v_m^2 + 2ga \left\{ \frac{fe^{k+2f}}{(k+2f)^2 + 1} \left[\left(\frac{k}{f} + 3\right) \sin\beta - (k+2f-1)\cos\beta \right] \right\}.$$

Далі

$$c(\alpha) = v_m^2 + 2ga \frac{fe^{k+2f}}{(k+2f)^2 + 1} \times \left[\left(\frac{k}{f} + 3\right) \sin\beta + \sin(\alpha - \beta) - (k+2f-1)\cos\beta - \cos(\alpha - \beta) \right].$$

Після перетворення маємо

$$y = v_r^2 = \left\{ \begin{aligned} & v_m^2 + 4ga \frac{fe^{k+2f}}{(k+2f)^2 + 1} \sin \frac{\alpha}{2} \times \\ & \times \left[\left(\frac{k}{f} + 3 \right) \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) + \right. \\ & \left. + (k+2f-1) \sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \end{aligned} \right\} e^{-2f\alpha}.$$

Ввівши позначення

$$4ga \frac{fe^{k+2f}}{(k+2f)^2 + 1} = A; \quad \frac{k}{f} + 3 = B;$$

$$(k+2f-1) = D,$$

остаточно отримаємо

$$v_r = e^{-f\alpha} \sqrt{V_m^2 + A \sin \frac{\alpha}{2} \left[B \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) + D \sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) \right]}. \quad (6)$$

Рівняння (6) дозволяє провести аналіз залежності швидкостей ковзання ґрунту по лобовій поверхні ЗРО в різних її точках від швидкості руху машини (v_m) і кута (α), який визначає траєкторію руху пласта ґрунту за логарифмічною спіраллю.

Підставимо значення v_r в рівняння (1), з якого визначимо $N(\alpha)$. При цьому враховуємо, що G – є вага пласта, який знаходиться на робочому органі, і залежить від встановленої глибини обробки

$$N(\alpha) = mg \cos(\alpha - \beta) + \frac{me^{-f\alpha} \left(V_m^2 + A \sin \frac{\alpha}{2} \left[B \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) + D \sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right)}{ae^{k\alpha}};$$

$$N(\alpha) = m \left\{ \frac{g \cos(\alpha - \beta) \cdot ae^{k\alpha} + e^{-f\alpha} \left(V_m^2 + A \sin \frac{\alpha}{2} \times \left[B \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) + D \sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right)}{ae^{k\alpha}} \right\}. \quad (7)$$

Умову руйнування пласта, що пересувається по логарифмічній спіралі лобової поверхні ЗРО, можна виразити наступною залежністю

$$m \left\{ \frac{g \cos(\alpha - \beta) + e^{-f\alpha} \left(V_m^2 + A \sin \frac{\alpha}{2} \times \left[B \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) + D \sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right)}{ae^{k\alpha}} \right\} \geq [N_g]. \quad (8)$$

Тобто руйнування ґрунтового пласта в першій фазі процесу повністю залежить від кута β , який характеризує логарифмічну спіраль лобової поверхні інструменту.

Розглянемо другу фазу процесу – рух пласта ґрунту по хвилястій поверхні ЗРО.

Після подрібнення ґрунту на лобовій поверхні ЗРО ґрунт потрапляє на хвилясту поверхню вже значно розпушеним. Тому рух зруйнованих елементів по даній поверхні можна вважати аналогічним руху частинок сипучої маси по поверхні синусного циліндра [3].

Для розгляду деформацій та руйнування ґрунту в другій фазі процесу скористаємось схемою (рис. 2).

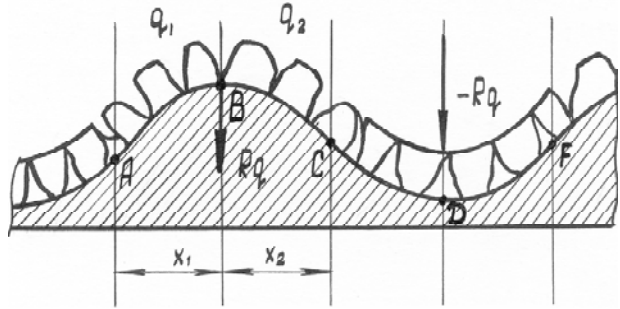


Рис. 2. Схема руху пласта ґрунту по хвилястій поверхні ЗРО

В точках A, C, F в результаті згину виникають напруження, що прагнуть зруйнувати пласт. Ці точки є місцями перегину пласта на синусній поверхні. Тут пласт ґрунту руйнується деформаціями згину. Перебуваючи на ділянці AC , пласт руйнується деформацією розриву. При цьому на ділянці AC діє нерівномірно розподілене навантаження q , інтенсивність якого змінюється вздовж ділянки AC в залежності від її довжини X . Інакше кажучи, q є функцією від X . Визначимо поперечну силу Q і момент M пласта ґрунту на ділянці AC .

Поперечна сила Q і згинальний момент M є також функціями від X .

Розглядаючи поперечну силу як суму елементарних сил $q(x)$, що прикладені до пласта на ділянках AB і BC , знаходимо

$$Q(x) = - \int_{x_1}^{x_2} q(x) dx. \quad (9)$$

Відповідно, $Q(x)$ дорівнює рівнодійній розподіленого навантаження.

На ділянці ВС сила в ґрунтовому пласті змінює свій знак на протилежний. Згинальні моменти на ділянках АВ і ВС рівні по величині, але протилежно спрямовані. Згинаючий момент можна обчислити як

$$M(\alpha) = \pm Rqx, \quad (10)$$

де R – радіус кривизни хвилястої поверхні, м.

На ділянці випуклої хвилі АС руйнування ґрунтового пласта відбувається деформацією розриву та зсуву за рахунок закономірних навантажень, що діють в цій зоні. На ділянці СF картина розподілення закономірних навантажень повторюється, тільки з тим винятком, що руйнування ґрунтового пласта тут відбувається деформацією стиснення.

Протягом хвилястої поверхні ЗРО пласт ґрунту під дією закономірних навантажень руйнується деформаціями розриву і стиснення, а також під дією згинального моменту.

Висновки

Руйнування ґрунтового пласта при обробці його наявними робочими органами в основному відбувається внаслідок деформацій розриву із зсувом.

При обробці пропонувані зубчастим робочим органом за рахунок копіювання складного профілю робочої поверхні ЗРО додатково в ґрунті виникають напруження стиску, розтягу та згину. Неоднорідне поле деформацій сприяє високій якості подрібнення пласта під час обробки ґрунту з мінімальними енергозатратами.

Список літератури

1. Кушнарєв А. С. Некоторые закономерности деформации почвы / Кушнарєв А. С., Бауков А. В // Почвообрабатывающие машины и динамика агрегатов : Труды / ЧИМЭСХ. – Челябинск, 1970. – Вып. 33. – С. 44–49.
2. Василенко П. М. Теория движения частиц по шероховатым поверхностям с.х. машин / Василенко П. М. – К. : Изд-во УСХА, 1960. – С. 283–289.
3. Шалман Д. А. Снегоочистители / Шалман Д. А. – Л. : Машиностроение, 1973. – 235 с.

Одержано 15.09.2018

Шанина З.М., Марговицкий Л.М., Глушко В.И. Особенности механики измельчения почвенного слоя при обработке его зубчатым рабочим органом

Цель работы. Черноземы Украины являются одной из главных ценностей государства и его стратегическим ресурсом. Качество и плодородие почв в значительной степени зависит от способа обработки и от конструктивных особенностей обрабатываемого инструмента. С целью интенсификации процесса, повышения качества, снижения энергозатрат при обработке почв предложено конструкцию зубчатого рабочего органа (ЗРО). Поставленная задача испытать работоспособность нового ЗРО, исследовать механику разрыхления почвы при обработке ее рабочим органом и разработать модель взаимодействия почвы с поверхностями зубцов рабочего органа.

Методы исследования. Разработаны математические модели механики разрыхления почвы при ее обработке рабочим органом. Процесс разрыхления состоит из двух последовательных фаз. В первой фазе слой почвы разрушается при прохождении лобной поверхности инструмента, которая выполнена по логарифмической спирали. Разрушение почвенного пласта в первой фазе зависит от скорости движения машины и от характерного угла логарифмической спирали, по которой исполнена лобовая поверхность ЗРО. Дальше слой разрыхляется на волнистой поверхности синусного цилиндра. После разрыхления почвы на лобовой поверхности ЗРО почва попадает на волнистую поверхность уже значительно разрыхленной. При этом пласт получает деформации перегиба на синусной поверхности, что дополнительно и более качественно разрушает целостность и разрыхляет пласт почвы за счет поочередных деформаций растяжения (разрыва) и сжатия, вызванных впадинами и выступами синусной поверхности ЗРО. Комбинация спиральной и синусной поверхностей зубчатого рабочего органа обеспечивает высокое качество и энергоэффективность обработки почвы.

Научная новизна. Учитывая современные аграрные реалии и перспективы Украины, обработка почвы новым зубчатым инструментом с комбинированными рабочими поверхностями в виде логарифмической спирали и синусного цилиндра является своевременным, актуальным и новым направлением в сельскохозяйственной науке.

Практическая ценность. Разрушение почвенного пласта при обработке его существующими рабочими органами в основном осуществляется вследствие деформаций разрыва со сдвигом.

При обработке предлагаемым зубчатым рабочим органом за счет копирования сложного профиля рабочих поверхностей ЗРО дополнительно в почве возникают напряжения сжатия растяжения и изгиба. Неоднородное поле деформаций способствует высокому качеству разрыхления пласта во время обработки почвы с минимальными энергозатратами.

Ключевые слова: обработка почвы, зубчатый рабочий орган (ЗРО), логарифмическая спираль, лобовая поверхность, волнистая поверхность, синусный цилиндр.

Shanina Z., Martovitsky L., Glushko V. Peculiarities of the mechanics of milling of the soil layer when processing it with a geotheric working body

Purpose. Chernozems of Ukraine are one of the main values of the state and its strategic resource. The quality and fertility of soils largely depends on the processing method and on the design features of the processing tool. In order to intensify the process, improve the quality, reduce energy costs in the treatment of soils, the design of a gear working organ (GWO) is proposed. The task is to test the work capacity of the new GWO, to investigate the mechanics of loosening the soil when processing it with a working organ and to develop a model for the interaction of the soil with the surfaces of the teeth of the working organ.

Methods of research. Mathematical models of the mechanics of loosening of the soil have been developed during its processing by the working organ. The process of loosening consists of two successive phases. In the first phase, the soil layer collapses as the frontal surface of the instrument passes through a logarithmic spiral. Destruction of the soil layer in the first phase depends on the speed of the machine and on the characteristic angle of the logarithmic spiral along which the head of the GWO is executed. Further, the layer loosens on the undulating surface of the sinus cylinder. After loosening the soil on the frontal surface of the GWO, the soil falls on a wavy surface already considerably loosened. In this case, the layer gets deformations of the inflection on the sinus surface, which additionally and more qualitatively destroys the integrity and loosens the soil layer due to the alternate strains of expansion and compression, caused by depressions and protrusions of the sinus surface of the GWO. The combination of spiral and sinus surfaces of the gear working element ensures high quality and energy efficiency of tillage.

Scientific novelty. Taking into account modern agrarian realities and prospects of Ukraine, tillage with a new serrated tool with combined working surfaces in the form of a logarithmic spiral and sinus cylinder is a timely, relevant and new direction in agricultural science.

Practical value. The destruction of the soil layer when it is processed by existing working bodies is mainly due to distraction deformation with shear.

When processing the proposed gear operating body by copying a complex profile of the working surfaces of the GWO, additional tensile and flexural compression stresses are created in the soil. A non-uniform deformation field promotes a high quality of loosening of the formation during soil cultivation with minimal energy input.

Key words: soil cultivation; gear working organ (GWO), logarithmic spiral, frontal surface, wavy surface, sinusoidal cylinder.

АНАЛІЗ РОЗРАХУНКОВИХ СХЕМ ТА МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ СИСТЕМИ «ЗЕРНО-З'В'ЯЗКА»

Ціль роботи. Проаналізувати розрахункові схеми та методи дослідження напруженого стану системи «зерно-зв'язка» з точки зору їх використання при створенні математичних та статистичних моделей процесів шліфування.

Методи дослідження. При виконанні досліджень використано аналітичний метод (аналіз літературних джерел), який дозволяє виявити переваги і недоліки та порівняти кожен з розрахункових схем та методів дослідження напруженого стану, виявивши найбільш прийнятний з них.

Отримані результати. Розглянуто класифікацію реальних абразивних зерен та геометричні моделі, що їх описують, з точки зору їх використання у розрахункових схемах при створенні математичних і статистичних моделей процесів шліфування. У роботі обґрунтовано доцільність моделювання різального зерна у вигляді призми і чотиригранної піраміди при дослідженні напруженого стану системи «зерно-зв'язка».

Аналіз методів дослідження напруженого стану системи «зерно-зв'язка» показав, що доцільно використати аналітичні методи досліджень, які дають можливість отримати рішення задачі у вигляді функційної залежності, що може бути використана для аналізу впливу різних факторів на стійкість зерна у зв'язці шліфувального круга.

Наукова новизна. Встановлено, що в алмазних шліфувальних кругах зернистістю 125/100 і 200/160 міститься найбільша кількість зерен пластинчастої форми, тому при дослідженні напруженого стану системи «зерно-зв'язка» або зношування різального алмазного зерна його доцільно апроксимувати прямокутним паралелепіпедом (призмою) і чотиригранною пірамідою.

Практична цінність. Використання результатів проведеного аналізу надасть можливість науковцям використати потрібну розрахункову схему або застосувати найбільш доцільний метод дослідження напруженого стану при моделюванні процесу шліфування.

Ключові слова: шліфувальний круг, абразивне зерно, геометрична модель, апроксимація, розрахункова схема, напружений стан системи, аналітичний метод, моделювання.

Вступ

З розвитком комп'ютерної техніки та програмного забезпечення у механообробній промисловості зростає інтерес до дослідження процесів обробки методами моделювання, головною перевагою яких є отримання значно більшої інформації про процес різання при допустимій похибці прогнозування показників порівняно з експериментальними дослідженнями.

Алмазні зерна, що беруть участь у процесі різання алмазним інструментом, піддаються дії зусиль опору з боку оброблюваного матеріалу, які багато в чому обумовлюють особливості зносу, як самих зерен, так й інструмента. Сили, що діють на зерна, призводять до їх викришування та руйнування, а також до їх викидання, що за певних умов негативно позначається на працездатності інструмента. Тому для підвищення його працездатності необхідно вивчити умови, що визначають стійкість зерен в зв'язці в процесі роботи.

Стійкість алмазного зерна у зв'язці обумовлена тією його частиною, яка закладена у зв'язці і сприймає діючі сили різання, утримуючи зерно на робочій поверхні інструменту. При створенні математичних і статистич-

них моделей процесу шліфування зазвичай розглядають не реальні абразивні зерна, а спрощені їх моделі.

Форма реальних зерен різноманітна, у зерновому складі алмазно-абразивних шліфпорошків є усі види форм кристалів (рис. 1). Існують різні різновиди класифікації зерен за формою, описані в роботах [1, 2 та ін.]. Найбільш поширена класифікація, використовувана авторами [3, 4], згідно з якою розрізняють такі види класифікованих за формою кристалів:

а) ізометричні, які подібні до кулі [5–10 та ін.] (співвідношення лінійних розмірів $l/b \approx 1,2$ і $h/b \approx 0,8$);

б) проміжні - подібні еліпсоїду обертання [3, 8, 11–14 та ін.], параболоїду обертання [15–17], біпараболоїду обертання [18] ($1,2 < l/b < 2$ і $h/b > 0,8$);

в) пластинчасті - подібні прямокутному паралелепіпеду [19–25 та ін.], кубу [20], чотиригранній усіченій піраміді [26, 27] ($h/b \approx 0,5$);

г) голчасті - подібні циліндру [28], гострому або усіченому конусу [8, 29–31 та ін.] ($l/b \approx 2$).

Проте такий підхід вносить похибку в розрахунки, міра якої залежить від допущень, що приймаються, і спрощень. Крім того, кожна з прийнятих форм має свої недоліки. У

роботі [32] А. К. Байкалов, аналізуючи різні види моделей абразивних зерен, зазначає, що недоліком еліптичної форми є необхідність канонізації величини співвідношення осей еліпса і питання про його орієнтацію у зв'язці круга, а недоліком моделі у вигляді кулі – поступання еліпсоїду обертання по точності апроксимації. Крім того, в роботі [33] зазначено малий виліт вершини із зв'язки інструмента, властивий зерну у вигляді кулі.

При моделюванні зерна у вигляді паралелепіпеда спостерігається відсутність від'ємних передніх кутів, які є у реального зерна.

Автори роботи [16] встановили, що у разі моделювання різальної кромки абразивного зерна у вигляді конуса із закругленою вершиною відсутня об'єктивна

методика визначення її радіусу. Також вони рекомендують брати до уваги розміри площадок зносу, що впливають на формування якості шліфованої поверхні.

Автор [34] вважає, що якщо криву, яка описує різальну вершину зерна, апроксимувати ламаною, то геометрія вершини зерна враховуватиметься точніше, і таку модель можна вважати проміжною між реальною поверхнею зерна і моделями.

За даними роботи [3] складена табл. 1 визначення середнього числа зерен алмазу заданої форми, аналіз якої показує, що в 1 караті алмазів зернистості 125/100 і 200/160 міститься найбільша кількість пластинчастих зерен, а голчастих – найменша. Число ізометричних і проміжних зерен займає середнє положення.

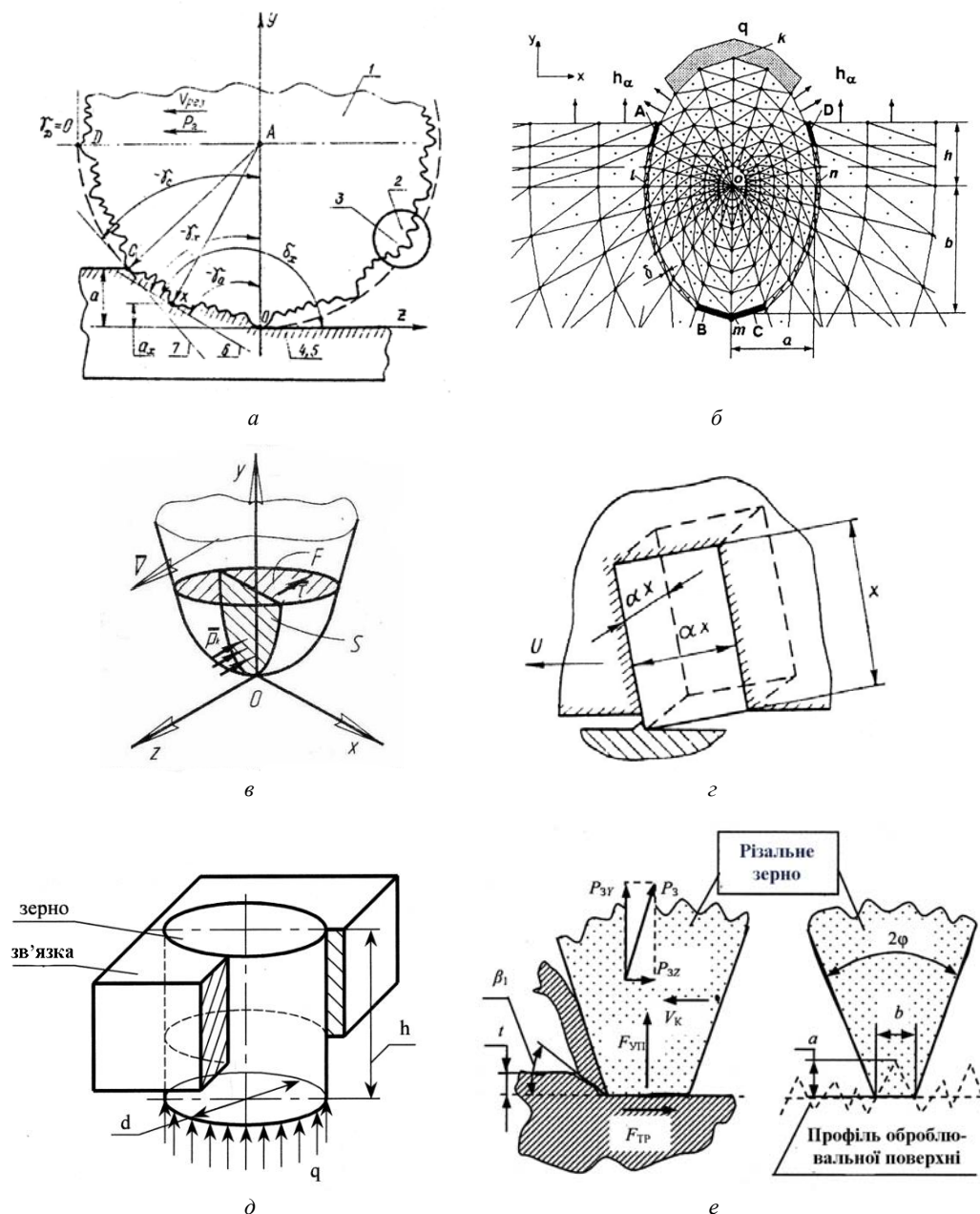


Рис. 1. Моделювання зерна НТМ у вигляді сфери (кулі) (а), еліпса (б), параболоїда обертання (в), паралелепіпеда (г), циліндра (д), усіченого конуса (е)

Таблиця 1 – Визначення середнього числа зерен алмазу заданої форми

Зернистість	Форма зерен	Модель	Середнє число зерен алмазу заданої форми							
			в 1 мм ² алмазовмісного шару круга, шт.				в 1 кар алмазу, тис. шт.			
			АСО	АСР	АСВ	АСК	АСО	АСР	АСВ	АСК
125/100	ізометрична	куля	323,8	301,4	262,1	229,8	72,90	68,28	59,64	51,95
	пластинчаста	паралелепіпед	2952,9	2739,9	2177,3	2026,0	170,57	154,22	115,14	114,83
	проміжна	еліпсоїд обертання	244,1	232,8	230,3	185,8	54,57	53,09	52,10	41,97
	голчаста	циліндр	294,7	272,8	251,3	200,5	66,29	61,27	56,03	44,89
200/160	ізометрична	куля	-	85,6	-	63,0	-	19,58	-	14,22
	пластинчаста	паралелепіпед	-	703,3	-	661,8	-	36,22	-	37,50
	проміжна	еліпсоїд обертання	-	61,1	-	44,0	-	13,79	-	9,73
	голчаста	циліндр	-	79,4	-	58,3	-	17,85	-	12,94

На підставі даних табл. 1 встановлено, що найбільш близькою формою апроксимації абразивного зерна є прямокутний паралелепіпед. При цьому не лише спрощується розв’язання задачі, але і певною мірою враховується шорстка поверхня зерна з її виступами і западинами, які підвищують стійкість зерна в зв’язці [19, 24, 25]. Крім того, у роботі [24] автор відмічає, що «алмазоутримання здійснюється у зв’язці механічно за рахунок заповнення мікро- та макронерівностей на поверхні зерна компонентами зв’язки. Чіткі контури межі розділу зерна і зв’язки дозволяють зробити висновок, що навіть за цих умов адгезійний зв’язок між ними відсутній. Тому міцність алмазоутримання визначається механічними властивостями зв’язки, формою зерна і глибиною його закладення».

Також у роботі [1] зазначено, що зерна, які описуються паралелепіпедом, є переважними, оскільки така форма виключає їх поворот в зв’язці.

При цьому схема апроксимації зерна паралелепіпедом, як було вказано вище, має недолік: відсутність від’ємних передніх кутів, які є у реальному зерні. Характерний вид зерна в металополімерній зв’язці на різальній поверхні шліфувального інструменту (рис. 2) дає можливість стверджувати, що вершину алмазного зерна доцільно описувати чотиригранною пірамідою [24].

У багатьох роботах [9, 12, 19, 20, 22, 30, 31] приведені результати досліджень умов роботи абразивного зерна при шліфуванні, проте запропоновані схеми або не враховують утворення і зростання площадок зносу по задній поверхні, або приймають їх постійними, що теж вносить певні похибки в розрахунки.

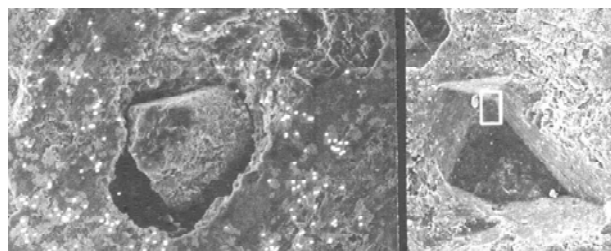


Рис. 2. Характерний вид зерна у зв’язці круга

На підставі вищевикладеного представимо різальне зерно алмазного інструмента у вигляді призми і чотиригранної піраміди, вершина якої з часом роботи зношується і перетворюється на усічену піраміду. При цьому отримуємо найбільш близьку апроксимацію вершини зерна і основи, що враховує шорстку поверхню зерна з виступами і западинами, які підвищують його стійкість, і умови роботи зерна з появою площадок зносу [35].

Алмазні зерна, що беруть участь у процесі різання алмазним інструментом, піддаються дії зусиль опору з боку оброблюваного матеріалу, які багато в чому обумовлюють особливості зносу, як самих зерен, так й інструмента. Сили, що діють на зерна, призводять до викришування і руйнування їх, а також до вириву, що негативно позначається на працездатності інструмента. Тому для підвищення його працездатності необхідно вивчити умови, які визначають стійкість зерен у зв’язці в процесі роботи.

Стійкість алмазного зерна у зв’язці обумовлена тією його частиною, яка закладена в зв’язці і сприймає діючі сили різання, утримуючи зерно на робочій поверхні інструменту. Відомо, що опір зв’язки активним силам і напруженням на бічних гранях і біля основи зерна залежить від глибини його закладення, фізико-механічних властивостей зв’язки, форми і розміру зерен, а також шорсткості їх поверхні.

Дослідженням напруженого стану системи «зерно-зв’язка» від дії силового фактору присвячена велика кількість робіт [6, 7, 10, 12, 19, 20, 22–25, 36 та ін.].

Серед існуючих методів дослідження напруженого стану системи «зерно-зв’язка» виділяються три основні групи: аналітичні, чисельні та експериментальні.

Аналітичні методи дають можливість отримати рішення задачі у вигляді виразу для напружень як функції складових сил різання, геометричних розмірів зерен, зернистості та концентрації алмазів у крузі, фізико-механічних властивостей зв’язок, величини критичного закладення зерна у зв’язці круга та ін. Сам процес різання майже завжди спрощують при схематизації для

того, щоб ці методи могли дати бажані результати. Розв'язання, звичайно, не являються фізично «точними», проте дають багатий матеріал для аналізу впливу різних факторів на стійкість зерна у зв'язці шліфувального круга, оскільки вони представлені у вигляді функціональних залежностей.

Диференційні рівняння рівноваги, а також рівняння нерозривності лежать в основі **теорії пружності**. Автори роботи [36] вважають, що цей підхід застосовний за умови, що шліфувальний круг в порівнянні з малими розмірами зерен можна розглядати як напівпростір, у певній (матеріальній) точці якого діє вказана сила (вважаючи, що розмір зерна прагне до нуля). Аналіз результатів показав, що спосіб отримання розрахункових даних з умови стягування розміру в точку дозволяє встановити реальне значення напружень вже для зернистостей понад 50 мкм.

Метод ліній ковзання (на основі теорії ліній ковзання) [7, 12] використовувався для випадку плоскої деформації; проте, як показано у низці робіт, його розрахункові залежності дозволяють отримувати досить точні інженерні розв'язання контактних задач і для об'ємного напружено-деформованого стану. Так, використовуючи теорію ліній ковзання і методику обчислення питомих сил при вдавлюванні пуансона сферичної форми, автори роботи [7] встановили, що розроблена ними методика розрахунку закріплення алмазного зерна в металевій зв'язці, навантаженого зосередженою силою, яка проходить через центр зерна, має похибку, що не перевищує 6 %.

Одним з найбільш поширених аналітичних методів визначення міцності утримання зерна у зв'язці круга є **наближений інженерний метод** [19, 20, 8, 22–24]. Він заснований на використанні відомих положень з теорії опору матеріалів. Головною перевагою цього методу є істотне спрощення розв'язання задачі в порівнянні з методом кінцевих елементів.

Необхідність розв'язання задачі наново при зміні значень параметрів процесу властива **чисельним методам**, що вимагають виконання великої кількості обчислювальних операцій і мають обмежені можливості для аналізу описуваного процесу [8, 14, 25, 37, 38]. Останнє часто відіграє другорядну роль в інженерних розрахунках, де важливо отримати конкретний результат. Застосування обчислювальної техніки дозволяє виконувати велике число однотипних обчислювальних операцій, робить чисельні методи розв'язання дуже ефективними.

Велику роль в дослідженні процесу абразивної і алмазної обробки відіграють **експериментальні методи** [13 та ін.]. Це пов'язано з тим, що практичні задачі дуже складні, для них часто складно не лише отримати розв'язання іншими методами, але і досить точно описати процес математично. Проте експериментальне визначення напруженого стану безпосередньо самого алмазного інструмента ускладнено дуже малими за розмірами елементами робочого шару. Тому у ряді випадків

доцільно застосовувати експериментальні непрямі методи, наприклад, **метод фотопружності** (поляризаційно-оптичний метод) [6].

Рядом авторів отримані розрахункові залежності, які дозволяють визначити напружений стан зерна і зв'язки, що оточує його, у місці контакту від впливу силового фактора.

Дослідження одночасного впливу температурно-силових факторів на стійкість зерна у зв'язці круга не такі численні [39, 40, 41, 24, 42–44]. Проте, як показали подальші дослідження, впливом цього чинника нехтувати не можна: величина температурних напружень співрозмірна або на порядок вище силових напружень залежно від умов обробки і зносу шліфувального інструмента.

Список літератури

1. Бальков А. В. Моделирование работы единичного алмазного зерна / А. В. Бальков, Г. А. Машков, А. А. Корзаков // Вестник МГТУ «Станкин». – 2009. – №1. – С. 30–34.
2. Кошин А. А. Исследование гранулометрического состава и микрогео-метрических показателей абразивных зёрен шлифовальных кругов, применяемых в обдирочном шлифовании / А. А. Кошин, А. В. Сопельцев // Вестник ЮУрГУ. – 2010. – Вып. 15. – № 10. – С. 37–41.
3. Зайцев А. Г. Число зерен различной формы в объемной и весовой единице алмазоносного слоя круга / А. Г. Зайцев // Алмазы и сверхтвердые материалы. – 1982. – № 8. – С. 1–3.
4. Ящерицын П. И. Влияние формы зерна на работоспособность алмазного инструмента / П. И. Ящерицын, А. Г. Зайцев // Доклады АН БССР. – 1982. – 26. – № 2. – С. 134–137.
5. Кныш С. В. Выбор формы зерна при моделировании процессов шлифования / С. В. Кныш, В. А. Склепус // Резание и инструмент. – 1988. – № 39. – С. 95–98.
6. Чистяков Е. М. Влияние металлизации на напряженно-деформированное состояние алмазоносного слоя инструмента / Е. М. Чистяков, В. Р. Коробко, К. И. Мазур // Сверхтвердые материалы. – 1989. – № 4. – С. 30–34.
7. Магюха П. Г. Расчет прочности закрепления алмазного зерна в металлической связке / П. Г. Магюха, В. И. Мартынов // Резание и инструмент. – 1992. – № 45. – С. 14–21.
8. Напряжения в связке вокруг алмазных зерен шлифовального инструмента / [П. И. Ящерицын, А. Г. Зайцев, Ю. А. Цеханов, С. Б. Полотняк] // Вестник АН БССР. Сер. физ.-техн. н. – 1989. – № 4. – С. 44–50.
9. Беззубенко Н. К. Прочность удержания зерен в металлической связке алмазного круга / Н. К. Беззубенко, А. Е. Евдокимов, И. С. Сальтвский // Резание и инструмент. – 1988. – № 39. – С. 37–43.
10. Коротков А. Н. Влияние прочности зерен на напряжения в связке шлифовального круга / А. Н. Коротков // Повышение надежности технологических процессов изготовления изделий машиностроения. – 1979. – С. 184–188.
11. Абразивная и алмазная обработка материалов. Справочник / Под ред. А. Н. Резникова. – М. : Машиностроение, 1977. – 392 с.
12. Зайцев А. Г. Расчет сил резания алмазными абразивными зернами / А. Г. Зайцев, Ю. А. Цеханов, Б. М. Либер-

- ман // Новые сверхтвердые материалы и прогрессивные технологии их применения : Тезисы докладов Всесоюзной конференции, Канев, сентябрь 1985. – Киев, 1985. – С. 104–105.
13. Козлов А. М. Формирование микрорельефа при обработке абразивным инструментом / А. М. Козлов, В. В. Ефремов // Известия вузов. Машиностроение. – 2004. – №1. – С. 59–64.
 14. Яхутлов М. М. Исследование теплового режима в системе зерно-матрица алмазного инструмента / М. М. Яхутлов // Вестник машиностроения. – 2001. – № 8. – С. 48–52.
 15. Кузнецов А. А. Определение силы резания, действующей на единичную режущую кромку изношенного абразивного зерна / А. А. Кузнецов, В. В. Федотов // Труды IV Всероссийской конф.-семинара «Научно-техническое творчество: проблемы и перспективы» (Сызрань, 22 мая 2009 г.) – Самара : Из-во СамГТУ, 2009. – Режим доступа: http://www.sstu.syzran.ru/MECHFAK/downloads/ntt/kuznecov_fedotov.pdf
 16. Широков А. В. К вопросу о прогнозировании и обеспечении параметров шероховатости шлифованной поверхности / А. В. Широков, А. П. Осипов // Известия вузов. Машиностроение. – 2007. – №6. – С. 76–88.
 17. Осипов А. П. Исследование влияния касательных напряжений сдвига на процесс износа абразивного инструмента / А. П. Осипов, В. В. Федотов // Вестник СамГТУ. – Сер. Технические науки. – 2005. – № 32. – С. 110–118.
 18. Байков А. В. Определения шероховатости поверхности при обработке эластичным шлифовальным инструментом / А. В. Байков, А. Н. Михайлов, К. А. Билицук // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. – Донецк : ДонНТУ, 2011. – Вып. 42. – С. 33–37.
 19. Захаренко И. П. Основы алмазной обработки твердосплавного инструмента / И. П. Захаренко. – К. : Наук. думка, 1981. – 300 с.
 20. Мишнаевский Л. Л. Износ шлифовальных кругов / Л. Л. Мишнаевский. – К. : Наукова думка, 1982. – 192 с.
 21. Мишнаевский Л. Л. О механизме износа зерен шлифовальных кругов / Л. Л. Мишнаевский, О. Б. Федосеев // Синтетические алмазы. – Киев, 1979. – № 1. – С. 34–38.
 22. Ахундов Э. А. Исследование процесса заточки инструментов из маловольфрамовых быстрорежущих сталей кругами из кубического нитрида бора : автореф. дисс. ... на соискание ученой степени канд. техн. наук : спец. 05.03.01 «Проц. мех. обр., станки иinstr-ты» / Э. А. Ахундов. – К., 1978. – 18 с.
 23. Захаренко И. П. Об устойчивости зерен в связке шлифовального круга / И. П. Захаренко, Э. А. Ахундов // Синтетические алмазы. – 1978. – № 9. – С. 24–28.
 24. Солод В. Ю. Повышение эффективности обработки безвольфрамовых твердых сплавов методом плунинного алмазного электрохимического шлифования : дисс. ... канд. техн. наук : 05.03.01 / Солод В. Ю. – К., 1989. – 217 с.
 25. Оганесян Т. А. Повышение работоспособности алмазного инструмента / Т. А. Оганесян // Промышленность Армении. – 1982. – № 3. – С. 50–52.
 26. Епифанов В. И. Температура и составляющие силы резания при шлифовании алмаза / В. И. Епифанов // Сверхтвердые материалы. – 1980. – № 2. – С. 54–58.
 27. Щиголов А. Г. Расчет сил при резании единичным алмазным зерном / А. Г. Щиголов, А. А. Виноградова // Сверхтвердые материалы. – 1981. – № 1. – С. 51–56.
 28. Матюха П. Г. Определение силы поджима образца к кругу, ограниченной температурой порога графитизации алмазных зерен / П. Г. Матюха, В. Б. Стрелков // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Машинобудування і машинознавство. – 2004. – С. 41–46.
 29. Грабченко А. И. Аналитическое исследование разрушения алмазных зерен при шлифовании СТМ / А. И. Грабченко, В. В. Русанов, В. А. Федорович // Резание и инструмент. – 1983. – № 30. – С. 3–7.
 30. Новиков Г. В. Прогрессивные технологии алмазно-абразивной обработки природных алмазов в бриллианты / Новиков Г. В. // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Технології в машинобудуванні. – Харків : НТУ «ХПІ». – 2011. – №40. – С. 72–80.
 31. Раб А. Ф. Износ и рациональная эксплуатация алмазно-абразивного инструмента / Раб А. Ф., Сошников С. А. // Резание и инструмент. – 1983. – № 29. – С. 53–60.
 32. Байкалов А. К. Введение в теорию шлифования материалов / А. К. Байкалов. – К. : Наукова думка, 1978. – 207 с.
 33. Шумячер В. М. Влияние формы поверхности шлифовального круга и ориентации абразивного зерна в связке на начало процесса стружкообразования / В. М. Шумячер, А. В. Кадильников // Технология машиностроения. – 2007. – № 5. – С. 29–33.
 34. Морозов В. А. Алгоритм модели процесса микрорезания / В. А. Морозов, Г. Я. Гун, В. А. Ладик // Известия ВУЗов. Машиностроение. – 1988. – № 9. – С. 148–153.
 35. Солод В. Ю. Напряжения на границе зерно-связка / В. Ю. Солод, Д. Г. Музыка // Системные технологии: Региональный межвузовский сборник научных трудов. Юбил. вып., посвящ. 80-лет. ДГТУ. – Днепропетровск : Системні технології, 2000. – С. 336–340.
 36. Напряжения в зоне контакта алмазного зерна с металлом / Н. К. Беззубенко, А. Е. Евдокимов, И. С. Сальтеевский, Ю. И. Бакшеев // Резание и инструмент. – 1992. – № 45. – С. 101–109.
 37. Лавриненко В. И. Напряжения, возникающие в зоне контакта зерно-связка с учетом наклона зерен / В. И. Лавриненко, В. Н. Кулаковский // Сверхтвердые материалы. – 2002. – № 4. – С. 71–75.
 38. Напряженное состояние в зоне взаимодействия зерна со связкой круга / [В. И. Лавриненко, В. Н. Кулаковский, Н. В. Ламашевская, А. А. Сытник] // Сверхтвердые материалы. – 1995. – № 4. – С. 46–49.
 39. Рыбицкий В. А. Алмазное шлифование твердых сплавов / В. А. Рыбицкий. – К. : Наук. думка, 1980. – 224 с.
 40. Солод В. Ю. Исследование устойчивости зерна в связке круга с учетом его износа по задней поверхности / В. Ю. Солод, Д. Г. Музыка // Тези доповідей Всеукраїнської наукової конференції «Математичні проблеми технічної механіки». 23–25 квітня 2001 р., м. Дніпродзержинськ. – 72 с.
 41. Солод В. Ю. Исследование устойчивости зерна в связке круга с учетом его износа по задней поверхности / В. Ю. Солод, Д. Г. Музыка // Системные технологии. Днепропетровск, 2001. – Выпуск 2 (13). – С. 168–174.
 42. Мухортов В. С. Термическое напряжение в абразив-

- ном инструменте / В. С. Мухортов // Известия ВолгГТУ. – 2006. – №2. – С. 38–40.
43. Торлин В. Н. Исследование устойчивости алмазных зерен в связках при силовых и температурных воздействиях / В. Н. Торлин, П. П. Гонтаровский // Резание и инструмент. – 1986. – № 35. – С. 87–90.
44. Морозов В. А. Аналитическое исследование удержания геометрически ориентированных алмазных зерен связкой / В. А. Морозов, Б. Е. Спивак // Резание и инструмент. – 1979. – № 20. – С. 121–128.

Одержано 10.10.2018

Музычка Д.Г. Анализ расчетных схем и методов исследования напряженного состояния системы «зерно-связка»

Цель работы. Проанализировать расчетные схемы и методы исследования напряженного состояния системы «зерно-связка» с точки зрения их использования при создании математических и статистических моделей процессов шлифования.

Методы исследования. При выполнении исследований использован аналитический метод (анализ литературных источников), который позволяет выявить преимущества и недостатки и сравнить каждую из расчетных схем и методов исследования напряженного состояния, определив наиболее приемлемый из них.

Полученные результаты. Рассмотрена классификация реальных абразивных зерен и геометрические модели, которыми их описывают, с точки зрения их использования в расчетных схемах при создании математических и статистических моделей процессов шлифования. В работе обоснована целесообразность моделирования режущего зерна в виде призмы и четырехгранной пирамиды при исследовании напряженного состояния системы «зерно-связка».

Анализ методов исследования напряженного состояния системы «зерно-связка» показал, что целесообразно использовать аналитические методы исследований, которые дают возможность получить решение задачи в виде функциональной зависимости, которая может быть использована для анализа влияния различных факторов на стойкость зерна в связке шлифовального круга.

Научная новизна. Установлено, что в алмазных шлифовальных кругах зернистостью 125/100 и 200/160 содержится наибольшее количество зерен пластинчатой формы, потому при исследовании напряженного состояния системы «зерно-связка» или изнашивания режущего алмазного зерна его целесообразно аппроксимировать прямоугольным параллелепипедом (призмой) и четырехгранной пирамидой.

Практическая ценность. Использование результатов проведенного анализа предоставит возможности ученым использовать нужную расчетную схему или применить наиболее целесообразный метод исследования напряженного состояния при моделировании процесса шлифования.

Ключевые слова: шлифовальный круг, абразивное зерно, геометрическая модель, аппроксимация, расчетная схема, напряженное состояние системы, аналитический метод, моделирование.

Muzychka D. Analysis of the design diagram and research methods of tension state of «grain-bond» system

Purpose. To analyse the design schemes and research methods of tension state of the “grain-binding” system from the point of view of their application in developing mathematical and statistical models of grinding processes.

Methods of research. When holding the research we used analytical method (the method of literature review), which permits to reveal the advantages and drawbacks but also compare each of the design diagram and research methods of tension state, defining the most suitable among them.

Results. The paper discusses a classification of real abrasive grains and geometrical models describing them, from the point of view of their application in design diagrams when developing mathematical and statistical models of grinding processes. The paper foregrounds the reasonability of modelling grinding grain shaped as prism and quadrangular pyramid when researching tension state of «grain-bond» system.

The analysis of research methods for tension state of grain-bond system showed that it is necessary to use analytical research methods, which will make it possible to work out the solution of the task shaped as functional dependency, which can be used to analyse how different factors impact on the grain's steadiness in grinding bundle.

Scientific novelty. The paper establishes that almond grinding wheels with grain size 125/100 and 200/160 contain the biggest number of grains of platelet shape, that is why when researching tension state of grain-bond system or wearing out or cutting diamond grain it is reasonable to approximate it by a right-angled parallelepiped (prism) and quadrangular pyramid.

Practical value. The application of the results of undertaken research will make it possible for the scientists to implement the proper design diagram or apply the most reasonable research method in order to study tension state when modelling grinding process.

Key words: grinding wheels, abrasive grain, geometric model, approximation, design diagram, tension state of system, analytical method, modelling.