

УДК 621.771

Канд. техн. наук В. М. Проценко, канд. техн. наук К. В. Таратута

Запорожская государственная инженерная академия, г. Запорожье

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА И ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТИ ЗАГОТОВКИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ОСАДКИ НА ПРЕССЕ

*Приведены результаты теоретических исследований по определению объема и площади поверхности заготовки при моделировании процесса осадки на прессе. Выполнена систематизация форм бочек, образование которых возможно в процессе осадки. Выполнено сравнение полученных формул с формулами, приведенными в литературе.*

**Ключевые слова:** ковка, заготовка, осадка, бочка, объем, площадь поверхности.

### Введение

Осадка заготовок является наиболее распространенной операцией в технологияхковки и используется для улучшения проработки литого металла слитков, для приближения формы заготовки к конфигурации поковки, в качестве метода определения технологических свойств материала (ГОСТ 8817-73). Форма боковой поверхности зависит от трения на контакте заготовки с осадочными плитами, размеров и материала заготовки, скорости деформирования, температуры заготовки и др. факторов. Обеспечение требуемой формы и размеров боковой поверхности позволяет достигать лучшей подготовки формы заготовки под поковку, более точно проектировать штамповый инструмент с повышением его стойкости, снизить расход материалов. Таким образом, отмечается [1], что расчет общего баланса металла заготовки, включая объем, образующий боковую поверхность («бочку»), является актуальной научно-практической задачей.

В монографии [2] рассматриваются изменения площади поверхности цилиндрического образца при осадке. Приведены расчетные графики баланса поверхности, показывающие зависимость контактной, боковой и общей площади поверхности *цилиндрического* образца от степени деформации при осадке. Приведена формула для определения коэффициента  $k_B$ , представляющего собой отношение площади поверхности образца к его объему, а также формула для определения относительного объема бочкообразования. Аналогичный параметр – поверхностный фактор, рассматривается также в [3]. Кроме того, для определения потерь тепла вследствие теплового излучения и конвективного теплообмена (уравнения Стефана-Больцмана и Ньютона) также необходимо знать площадь поверхности нагретого тела.

Отмечается, что причиной бочкообразования при осадке является контактное трение между бойками и торцами цилиндра и, как следствие, неравномерность (локальность) пластической деформации. Графики ба-

ланса поверхности представляют собой важную характеристику процесса осадки и, в частности, для оценки граничных условий уравнений теории пластичности [2].

В ряде публикаций детально рассматривается задача аналитического определения формы боковой поверхности цилиндрических заготовок при осесимметричной осадке [4–6]. Отмечается, что научные разработки этого процесса являются базовыми для создания и усовершенствования большинства теоретических методик расчета технологических параметров разнообразных процессов деформации и поэтому представляют теоретический и практический интерес [4–6].

Однако, в цитируемой литературе отсутствуют данные по аналитическому определению площади поверхности и объема *бочкообразной* заготовки, а также информация о формах, которую может принимать бочка при осадке и от каких геометрических параметров зависит эта форма. Эти данные необходимы при моделировании формоизменения заготовки в процессе осадки, в частности, для построения чертежа бочкообразной заготовки по заданному объему или площади поверхности, а также для оптимизации тепловых потерь заготовки.

### Постановка задачи

Задачей данной работы является нахождение формул для аналитического определения объема и площади поверхности круговой бочки (образующая – дуга окружности), установление видов бочек, образование которых возможно на различных стадиях процесса осадки и в зависимости от условий осадки. Следует отметить, что в данной статье рассматриваются условия образования только одинарной бочки с выпуклой боковой поверхностью.

### Определение расчетных формул

Для определения объема и площади поверхности бочки воспользуемся методикой определения объема и поверхности тела вращения, приведенной в монографии [7].

Пусть тело получено вращением полуокружности  $abc$ , изображенной на рис. 1, вокруг оси  $OY$ . Эта полуокружность описывается уравнением

$$x = x_0 + \sqrt{r^2 - y^2}. \quad (1)$$

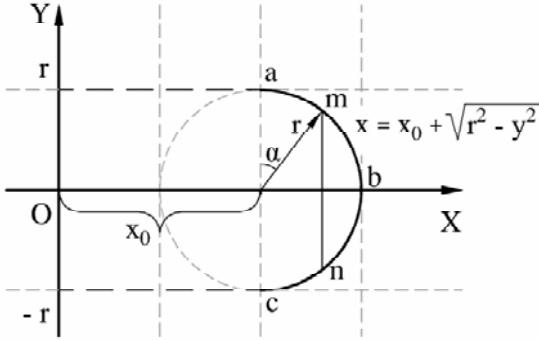


Рис. 1. Схема к определению объема и площади тела вращения

Объем тела, полученного вращением полуокружности  $abc$  вокруг оси  $OY$ , равен:

$$V_{\text{бочки}} = \pi \int_{-r}^r x^2 dy = 2\pi \int_0^r x^2 dy. \quad (2)$$

Объем тела, полученного вращением дуги  $mbn$  вокруг оси  $OY$ , равен:

$$V_{\text{бочки}} = 2\pi \int_0^{r \cos \alpha} x^2 dy. \quad (3)$$

Поверхность тела, полученного вращением полуокружности  $abc$  вокруг оси  $OY$ , равна сумме боковой поверхности и двух торцевых поверхностей:

$$\begin{aligned} S_{\text{бочки}} &= 2\pi \int_{-r}^r x \sqrt{1 + (x')^2} dy + 2\pi x_0^2 = \\ &= 4\pi \int_0^r x \sqrt{1 + (x')^2} dy + 2\pi x_0^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Поверхность тела, полученного вращением дуги  $mbn$  вокруг оси  $OY$ , равна:

$$S_{\text{бочки}} = 4\pi \int_0^{r \cos \alpha} x \sqrt{1 + (x')^2} dy + 2\pi(x_0 + r \sin \alpha)^2. \quad (5)$$

При осадке цилиндрического образца в зависимости от исходных параметров процесса осадки, форма заготовки изменяется и принимает в завершающей стадии осадки бочкообразную форму. Возможны четыре варианта формообразования бочки при осадке цилиндрического образца (рис. 2 а–д).

**Первый вариант** бочки (рис. 2а): центр дуги окружности  $O_1$  расположен правее центра симметрии заготовки  $O$  (в силу симметрии рассматривается только левая половина образца). После интегрирования формул

(3) и (5) получим:

$$V_{\text{бочки}} = \frac{2}{3} \pi r \left[ 3r^2 \cos \alpha + 3x_0^2 \cos \alpha - 3rx_0 \arcsin(\cos \alpha) - \right. \\ \left. - 3x_0 \cos \alpha \sqrt{r^2 - r^2 \cos^2 \alpha} - r^2 \cos^3 \alpha \right], \quad (6)$$

$$\begin{aligned} S_{\text{бочки}} &= 4\pi r [r \cos \alpha - x_0 \arcsin(\cos \alpha)] + \\ &+ 2\pi(r \sin \alpha - x_0)^2. \end{aligned} \quad (7)$$

**Второй вариант** – шаровой слой (рис. 2б) наблюдается, когда  $x_0 = 0$ . Из формул (6) и (7) получим:

$$V_{\text{бочки}} = \frac{2}{3} \pi r (3r^2 \cos \alpha - r^2 \cos^3 \alpha), \quad (8)$$

$$S_{\text{бочки}} = 4\pi r^2 \cos \alpha + 2\pi(r \sin \alpha)^2. \quad (9)$$

Используя замену  $h = 2r \cos \alpha$  (см. рис. 2б), формулы (8) и (9) для шарового слоя запишем в виде:

$$V_{\text{бочки}} = \pi r^2 h - \frac{1}{12} \pi h^3, \quad (10)$$

$$S_{\text{бочки}} = 2\pi r h + 2\pi r^2 - \pi \frac{h^2}{2}. \quad (11)$$

Формулы (10) и (11) соответствуют формулам, приведенным в литературе для шарового слоя [5].

**Третий вариант** бочки: (рис. 2в) центр дуги окружности  $O_1$  расположен левее центра симметрии заготовки  $O$ . После интегрирования формул (3) и (5) получим:

$$V_{\text{бочки}} = \frac{2}{3} \pi r \left[ 3r^2 \cos \alpha + 3x_0^2 \cos \alpha + 3rx_0 \arcsin(\cos \alpha) + \right. \\ \left. + 3x_0 \cos \alpha \sqrt{r^2 - r^2 \cos^2 \alpha} - r^2 \cos^3 \alpha \right], \quad (12)$$

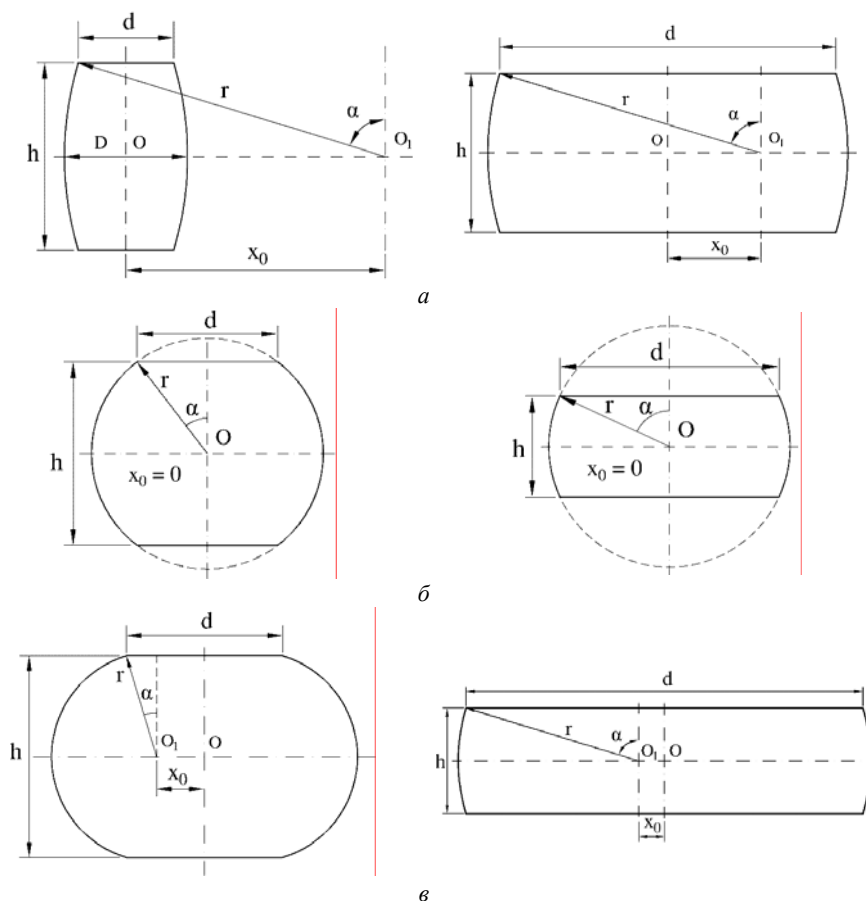
$$\begin{aligned} S_{\text{бочки}} &= 4\pi r [r \cos \alpha + x_0 \arcsin(\cos \alpha)] + \\ &+ 2\pi(r \sin \alpha + x_0)^2. \end{aligned} \quad (13)$$

**Четвертый вариант** бочки (рис. 2д) является разновидностью третьего варианта и возможен на завершающих стадиях осадки. Он отвечает условию, когда угол  $\alpha = 0$ . При этом боковая поверхность представляет собой не дугу, как в предыдущих вариантах, а полуокружность. После интегрирования формул (2) и (4) получим:

$$V_{\text{бочки}} = \frac{1}{3} \pi r (4r^2 + 6x_0^2 + 3\pi r x_0), \quad (14)$$

$$S_{\text{бочки}} = 2\pi (2r^2 + x_0^2 + \pi r x_0). \quad (15)$$

Следует отметить, что формулы (6, 7) и (12, 13) идентичны и отличаются только знаками, а формулы (8, 9, 14, 15) являются частными случаями (6, 7).



**Рис. 2.** Варианты образования бочки при осадке цилиндрического образца (рисунки слева –  $d < h$ , справа –  $d > h$  исходной цилиндрической заготовки):

*a* – центр образующей  $O_1$  расположен правее центра симметрии заготовки  $O$ ; *б* – шаровой слой ( $x_0 = 0$ ); *в* – центр образующей  $O_1$  расположен левее центра симметрии заготовки  $O$ ;  $\alpha$  – угол

### Сравнение полученных формул с литературными данными

В литературе [8] приведены следующие формулы для определения объема бочки:

- для круглой бочки (образующая – дуга окружности) приближенно

$$V_{\text{бочки}} = 0,262h(2D^2 + d^2), \quad (16)$$

- для параболической бочки

$$V_{\text{бочки}} = \frac{\pi h}{15} \left( 2D^2 + Dd + \frac{3}{4}d^2 \right), \quad (17)$$

где  $D$  – больший диаметр бочки (см. рис. 2*a*).

Также приводится следующая приближенная формула для объема бочки [9]:

$$V_{\text{бочки}} = \frac{3,2Ddh}{4}. \quad (18)$$

Формулы для определения площади поверхности бочки в литературе отсутствуют.









Следует отметить, что современные компьютерные программы, например, AutoCAD Mechanical 2016 [10] позволяют определять объемы и площади поверхности объемных фигур и тел, начерченных в этой программе. Однако алгоритм расчета неизвестен, а также отсутствует возможность построения чертежа бочки по заданному объему или заданной площади поверхности.

В программе AutoCAD Mechanical 2016 нами вычерчивались профили изображенных на рис. 2 бочек, задавая произвольно параметрами  $r$ ,  $\alpha$  и  $x_0$ . На основании этих профилей моделировались  $3d$  объекты – бочки путем создания поверхностей вращения относительно вертикальной оси симметрии.

Результаты расчетов объемов и площадей поверхности по вышеприведенным формулам приведены в табл. 1. Приведены также виды смоделированных в AutoCAD Mechanical 2016 бочек.

Рассчитанные по формулам (6, 8, 12, 14) объемы бочек и по формулам (7, 9, 13, 15) площади поверхностей полностью совпали с объемами и поверхностями, определенными в AutoCAD Mechanical 2016, что подтверждает достоверность выведенных формул.

Таблица 1 – Исходные данные и результаты расчетов объема и площади поверхности бочкообразной заготовки

Рис. 2	Виды бочек в соответствии с рис. 2	$r$ , мм	$\alpha$ , рад.	$x_0$ , мм	$D$ , мм	$d$ , мм	$h_s$ , мм	$V_{\text{бочки}}$ , мм <sup>3</sup> , по формулам:				$S_{\text{бочки}}$ , мм <sup>2</sup> , по формулам (7, 9, 13, 15)
								(6, 8, 12, 14)	(16)	(17)	(18)	
а		154,6	1,275	124,9	59,5	46,1	90,0	215238	216796	214939	197235	19110
		154,6	1,275	52,8	203,7	190,3	90,0	2808171	2810912	2807068	2791185	114039
б		54,3	0,652	0,0	108,5	65,9	86,2	629400	629883	612990	492959	36205
		54,3	1,139	0,0	108,5	98,5	45,4	395436	395739	394964	388490	30734
в		26,1	0,293	11,9	76,0	38,9	50,0	175794	171161	163805	118165	15563
		154,6	1,275	22,1	353,5	340,1	90,0	8618041	8624398	8616103	8660039	281893
г		21,3	0,0	16,9	76,4	33,7	42,7	154590	143245	135000	87986	14611
		21,3	0,0	30,7	104,1	61,4	42,7	305084	284445	276092	218258	24580

Приведенные в литературе формулы (16–18) лишь приближенно соответствуют истинным значениям (отклонение составляет от сотых до десятков процентов).

### Выводы

Получены формулы для аналитического определения объема и площади поверхности бочкообразной заготовки, образующейся в процессе осадки на прессе. Формулы позволяют моделировать форму и размеры бочкообразной заготовки. Выполнена систематизация форм бочек, образование которых возможно в процессе осадки. Рассчитанные по выведенным формулам объемы и площади поверхностей бочек полностью совпали с определенными в AutoCAD значениями для построенных моделей, что подтверждает достоверность полученных формул.

### Список литературы

1. Кухарь В. В. Баланс смещенного объема при осадке заготовки с учетом условий деформирования / В. В. Кухарь // Проблемы трибологии (Problems of Tribology). – 2014. – № 1. – С. 39–44.
2. Охрименко Я. М. Теория процессовковки / Я. М. Охрименко, В. А. Тюрин. – М. : Высшая школа, 1977. – 295 с.
3. Дзугутов М. Я. Пластическая деформация высоколе-

4. Михалевиц В. М. Формозміна бічної поверхні циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевиц, Ю. В. Добрянюк, С. А. Трач // Вісник НТУ «ХП». – 2013. – № 42. – С. 126–130.
5. Михалевиц В. М. Аналітичне представлення радіуса торців циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевиц, Ю. В. Добрянюк, С. А. Трач // Обработка материалов давлением. – 2015. – № 2. – С. 56–62.
6. Воронцов А. Л. Определение формы боковой поверхности заготовки при осадке / А. Л. Воронцов // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2007. – № 3. – С. 7–16.
7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2 / Г. М. Фихтенгольц. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 810 с.
8. Бронштейн И. Н. Справочник по математика / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Гостехиздат, 1957. – 608 с.
9. Перельман Я.И. Занимательная геометрия / Я. И. Перельман. – М. : Гостехиздат, 1950. – 296 с.
10. Федорченков А. П. AutoCAD Mechanical. Практическое руководство / А. П. Федорченков, А. М. Кимаев. – М. : ТехБук, 2004. – 688 с.

Одержано 09.12.2016

### Проценко В.М., Таратута К.В. Визначення об'єму і площі поверхні заготовки при моделюванні осадки на пресі

*Наведено результати теоретичних досліджень по визначенню об'єму і площі поверхні заготовки при моделюванні процесу осадки на пресі. Виконана систематизація форм діжок, утворення яких можливе в процесі осадки. Виконано порівняння отриманих формул з формулами, наведеними в літературі.*

**Ключові слова:** *ковка, заготовка, осадка, діжка, об'єм, площа поверхні.*

### Protsenko V., Taratuta K. Determination of volume and surface area of the workpiece in the modeling of precipitation is on the press

*The results of theoretical research to determine the volume and surface area of the workpiece in the modeling of upsetting process on the press are given. Systematized forms of barrels when the formation is possible in the upsetting process are done. The comparison of the obtained formulas with the formulas given in the literature are studied.*

**Key words:** *forging, workpiece, upsetting process, barrel, volume, surface area.*